

**Министерство образования Российской Федерации
Российский государственный профессионально-педагогический
университет
Инженерно-педагогический институт
Кафедра автоматизированных систем электроснабжения**

**МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ В
ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИИ**

Учебное пособие

**Для студентов всех форм обучения специальности
030500 – Профессиональное обучение,
специализации
03501.19 – Электроэнергетика**

Екатеринбург 2003

В.К.Обабков. Методы теории автоматического управления в электро-снабжении. - Екатеринбург, 2002 – 136с.

Изложен системный метод описания электрических цепей в терминах передаточных функций, которые нашли широкое применение в теории управляемых систем. Показано, что метод передаточных функций и развиваемая структурная теория цепей являются адекватным средством математического моделирования процессов в электрических системах вообще и в трехфазных распределительных сетях с различными видами заземления нейтрали в частности. Введенные временные характеристики типовых электрических сетей используются для анализа простыми средствами переходных процессов в сетях при дуговых замыканиях на землю. Частотные характеристики цепей оказываются полезными во всех случаях при изучении установившихся в амплитудных и фазовых соотношений в сетях различного назначения, в частности и при замыканиях через некоторое переходное сопротивление. Полученные сведения привлекаются для новой интерпретации процессов, протекающих в контуре нулевой последовательности трехфазной сети, изучения режимов заземления нейтрали, изучения принципов построения измерителей параметров изоляции сети, а также измерителей резонансной расстройки в сетях с компенсацией емкостных токов.

Книга рассчитана на инженеров, аспирантов и студентов электротехнической ориентации при решении задач математического моделирования управляемых электрических цепей, исследования и проектирования устройств заземления нейтрали и приборов контроля параметров изоляции в высоковольтных электрических системах.

Ил.31. Библиогр.; С.132-133 (30 назв.)

Научный рецензент д.т.н., профессор электротехнического факультета УГТУ-УПИ Л.Л.Богатырев.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Существуют различные направления [1-4], с позиций которых ведутся методические исследования и поиск новых возможностей анализа и синтеза электрических систем. Метод графов [5], алгоритмизация объектов [6], системный анализ [7] как основа стратегии управления - суть конкретные проявления формально-логического отображения наблюдаемой картины причинно-следственных связей, существующих в устройствах, процессах, явлениях. Ниже даётся вариант подхода применительно к системам электроснабжения, рассматриваются вопросы системного анализа в электротехнике и автоматике, применявшегося автором в течение ряда лет сначала в Свердловске (1969) в Уральском научном центре АН СССР, затем при чтении лекций для студентов кафедр Автоматики и телемеханики ДонГТУ (1970-1977), Электрические станции (1991-1996) и Промышленная электроника (1994-1996), а также при подготовке аспирантов и соискателей. Развиваемая методология структурно-операторного анализа позволила от чисто физического уровня понимания работы устройства сразу перейти к его структурной и математической моделям.

Широко распространённый символический метод Хевисайда является эффективным методом описания и построения схем замещения только линейных электрических и магнитных цепей. В случае же нелинейных и нестационарных цепей приходится с самого начала апеллировать к исходным дифференциальным уравнениям, т.е. к их математическим моделям. Поэтому возникает потребность в разработке общего и, что весьма существенно, экономичного (!) метода описания, который бы органически сочетал информацию о принципе работы устройства с информацией, доставляемой законами физики, для уверенного и адекватного описания процессов, протекающих в электрических системах.

Таким методом может быть, так называемый, системный анализ или подход, наилучшим образом зарекомендовавший себя в трудных областях научного познания, таких как экономика, социология и т.д. и, уж тем более, он должен оправдывать себя в старой, хорошо изученной области, каковой является электротехника. Данный подход представляется интересным ещё и потому, что позволяет сразу подключить теорию автоматического управления к решению актуальных задач электроэнергетики.

Формулы в книге нумеруются по главам. При ссылке на формулу используется только номер формулы, при ссылке на формулу другой главы указывается также и номер главы.

Большую работу по набору текстов на компьютере провела Юлия Быстрицкая. Полезными для автора были беседы с д.т.н., профессором А.В.Нетушилом, д.т.н., профессором Ю.И. Алимовым и академиком РАН А.А.Красовским. Всем им автор приносит глубокую благодарность.

ГЛАВА 1

ОСНОВЫ СТРУКТУРНОГО И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

1.1. Принцип и элементы моделирования электрических цепей.

Системным анализом назовём такую последовательность рассуждений [8-14], при которой чисто физическое понимание принципа функционирования изучаемого объекта переводится вначале на язык причинно-следственных связей и в распоряжении оказывается его логическая модель, с последующим количественным описанием элементарных связей “причина-следствие” так, что подробная структурная и математическая модели реального объекта получаются как результат простых логических заключений.

Применительно к электротехническим объектам системный анализ [8-14] состоит из четырёх этапов.

Первый этап - это простое перечисление существенных элементов (резисторов, катушек индуктивности, конденсаторов и им подобных элементов) с присвоением каждому из них символа и, зачастую, числа для однозначного выделения из общей совокупности элементов, входящих в электрическую цепь. Например: L_1, L_2, \dots, L_N ; R_1, R_2, \dots, R_n ; C_1, C_2, \dots, C_m , если цепь состоит из N элементов индуктивности, n резисторов и m конденсаторов.

Второй этап - однозначное представление токов и напряжений, относящихся к каждому элементу цепи. В предыдущем примере это может быть сделано следующим образом: $U_{L1}(t), \dots, U_{LN}(t)$; $U_{R1}(t), \dots, U_{Rn}(t)$; $U_{C1}(t), \dots, U_{Cm}(t)$ и $I_{L1}(t), \dots, I_{LN}(t)$; $I_{R1}(t), \dots, I_{Rn}(t)$; $I_{C1}(t), \dots, I_{Cm}(t)$.

Третий этап - графическое построение логической модели цепи, исходя из физического понимания процесса взаимодействия элементов и постулирования причинно-следственной обусловленности так, что каждая элементарная связь “причина-следствие” приобретает смысл односторонней направленности и реализуется звеном направленного действия типа “вход-выход”. При переходе от элемента к элементу в

соответствии с логикой функционирования устройства вырисовывается общая картина причинно-следственных связей, наблюдаемых в объекте. Причём, все закономерности (типа законов Кирхгофа), отвечающие за распределение той или иной физической величины между элементами цепи, представляются в логической модели элементами суммирования или вычитания (сравнения).

Четвёртый этап - это количественное описание элементарных звеньев “вход-выход” при помощи физических законов и тем самым формируются линейные или нелинейные, стационарные или нестационарные операторы связи входа с выходом каждого элемента логической модели. При этом в распоряжении оказывается развёрнутая структурная модель (схема) электрической цепи в той именно форме, которая используется в теории управления. Если какая-либо часть структуры не имеет ясного количественного описания, она может быть определена экспериментально или идентифицирована другими доступными средствами.

Математическая модель электрической цепи получается в виде некоторой системы дифференциальных уравнений, списываемых со структурной схемы, а не наоборот: когда по математическому описанию строится структурная модель системы, как это принято в настоящее время.

Для того, чтобы реализовать одностороннюю направленность воздействий на модельных элементах схемы, рассмотрим графическое отображение часто встречающихся физических закономерностей. При этом известные из средней школы законы физики, обновлённые в вузе с привлечением чисто математических понятий о функциях, производных и интегралах, являются источником, более неупрощаемых элементов, т.е. своего рода строительным материалом для построения структурных и математических моделей.

1.1.1. Структурное моделирование процессов, связанных с резистором. Процессы на резисторе R определяются, как хорошо известно, законом Ома, при помощи которого связываются координаты тока $I(t)$ через него и напряжение $U(t)$ на нём. Эти процессы могут быть охарактеризованы двумя алгебраическими соотношениями:

$$U(t) = RI(t) \quad \text{и} \quad I(t) = \frac{1}{R} U(t),$$

о на языке причинно-следственных связей означает следующее.

Координаты, стоящие справа в приведённых соотношениях, являются побудительной причиной образования координат, стоящих слева в них. Можно логично считать поэтому их следствиями по отношению к указанным причинам. Графически причинно-следственные связи могут быть охарактеризованы в терминах вход-выходных координат и изображены на рис. 1.1 с использованием стрелок.

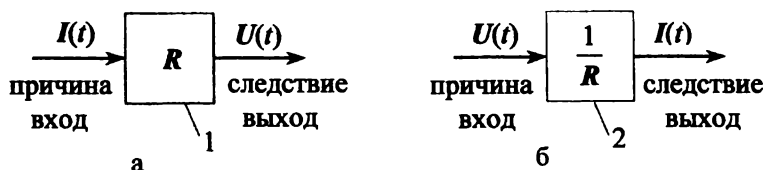


Рис. 1.1. Структурное изображение процессов на резисторе.

Напряжение $U(t)$ на рис.1.1 а как некоторый развивающийся во времени t процесс полностью определяется током $I(t)$ и параметром R , вступающим в качестве коэффициента усиления или коэффициента передачи от $I(t)$ к $U(t)$. Важно подчеркнуть при этом произвольный характер тока $I(t)$ именно как причины, вызывающей $U(t)$ в качестве следствия, и полную зависимость $U(t)$, как выхода звена 1, от тока $I(t)$, как входа этого звена I .

На рис.1.1 б причина (вход звена 2) и следствие (выход звена 2) меняются местами, а коэффициентом передачи становится величина $1/R$.

Дуальность (двойственность) структурной интерпретации закона Ома характерна для интерпретации и других физических закономерностей. Указанная дуальность, с одной стороны, помогает строить модели причинно-следственных связей в цепях, с другой стороны, приводит к равновесным структурным моделям изучаемой цепи. Математические описания дуальных структур совпадают, если списываемые с них дифференциальные уравнения связывают одни и те же переменные, например такой-то ток и такое-то напряжение.

Отмеченная особенность структурного моделирования является прямым следствием постулирования односторонней направленности воздействий через резистор.

1.1.2. Структурное моделирование процессов, связанных с индуктивностью. Процессы на катушке (без потерь) индуктивности L , обусловленные, согласно справочнику по физике, законом электромагнитной индукции, также имеют две формы записи

$$U(t) = L \frac{d}{dt} I(t) \quad \text{и} \quad I(t) = \frac{1}{L} \int_0^t U(\tau) d\tau,$$

где $U(t)$ и $I(t)$ - соответственно напряжение (покрывающее $e = -LdI(t)/dt$) на индуктивности L и ток $I(t)$ через индуктивность; τ - переменная интегрирования; t - момент наблюдения токов и напряжений.

Если ввести, по аналогии с теорией автоматического управления (ТАУ), упрощающие [23] операторные обозначения

$$D \sim \frac{d}{dt} \quad \text{и} \quad \frac{1}{D} \sim \int,$$

то написанные выше соотношения переписутся так

$$U(t) = LD I(t) \quad \text{и} \quad I(t) = \frac{1}{LD} U(t).$$

Как в случае с резистором, всё, что стоит справа в операторных соотношениях принимается в качестве причины (входа); всё, что стоит слева в них - в качестве следствия (выхода). Графически указанные причинно-следственные связи показаны на рис. 1.2.

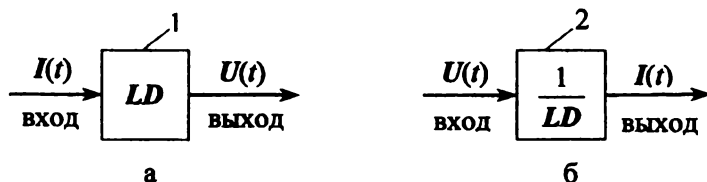


Рис. 1.2. Структурное изображение процессов на индуктивности.

Заключённая на рис. 1.2 а информация прочитывается так: $U(t)$ есть результат воздействия оператора LD на входной сигнал $I(t)$. То же самое на рис. 1.2 б читается так: ток $I(t)$ является результатом воздействия оператора $(LD)^{-1}$ на входной сигнал $U(t)$.

Двойкое структурное представление протекающих на индуктивности процессов, как отмечалось выше, отражает факт введённой нами односторонней направленности воздействия (от причины $I(t)$ на рис. 1.2 а к следствию $U(t)$, и наоборот, от причины $U(t)$ на рис. 1.2 б к следствию $I(t)$), что учитывается на рис. 1.2 введением стрелок.

Пример 1.1. Рассмотрим простейший иллюстративный пример. Подадим на вход цепи, состоящей из последовательного соединения резистора R и индуктивности L (см. рис. 1.3), напряжение $U(t)$ и будем интересоваться током $I_L(t)$ через индуктивность как выходом объекта-цепи.

Обозначим напряжения на R и L соответственно через $U_R(t)$ и $U_L(t)$. Тогда напряжение $U(t)$, подводимое к цепи, распределяется между элементами R и L цепи так, что $U_L(t)$ приобретает смысл некоторой разности $U_L(t) = U(t) - U_R(t)$, реализуемой на логической модели эле-

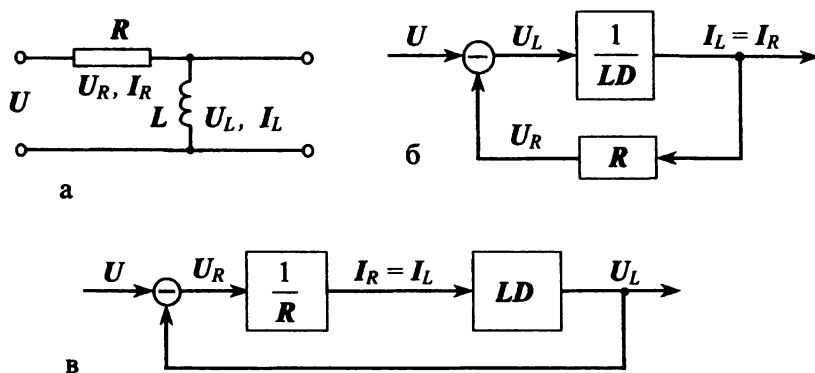


Рис. 1.3. Индуктивно-резистивная цепь и её структурные модели.

ментом вычитания напряжений $U(t)$ и $U_R(t)$. Напряжение $U_L(t)$, являющееся по отношению к $U(t)$ и $U_R(t)$ следствием, по отношению к току $I_L(t)$ выступает в качестве причины: $I_L(t) = W(D) U_L(t)$, где $W(D)$ – оператор, связывающий вход $U_L(t)$ с выходом $I_L(t)$, равный $1/LD$, D – оператор дифференцирования d/dt . По принципу устройства цепи ясно, что ток $I_L(t) = I_R(t) = I(t)$, и, следовательно, ток $I_L(t)$ в логической модели явится причиной образования напряжения $U_R(t)$ на R , т.е. $U_R(t) = RI_L(t)$, где R – коэффициент передачи звена, включённого в отрицательную обратную связь системы.

Рассуждая по аналогии можно получить структурную модель цепи, развёрнутую по отношению к входному напряжению $U_L(t)$ на индуктивности L (см. рис. 1.3 в).

1.1.3. Структурное моделирование процессов, связанных с электрической ёмкостью. Процессы на идеальном конденсаторе ёмкостью C , согласно справочнику, характеризуются двумя операторными соотношениями:

$$I(t) = CDU(t) \quad \text{и} \quad U(t) = \frac{1}{CD} I(t).$$

Графическая реализация вход-выходных соотношений приводит к рис.1.4.

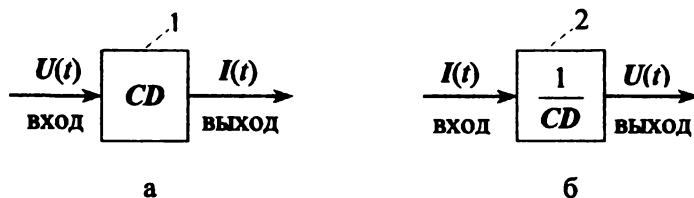


Рис.1.4. Структурное изображение процессов на ёмкости.

Операторы связи CD и $(CD)^{-1}$ на рис. 1.4 также как и операторы связи LD и $(LD)^{-1}$ на рис. 1.2 имеют смысл передаточных коэффициентов, за которыми закрепился, однако, более ёмкий термин – передаточная функция, лучше отражающий передающие и преобразующие свойства изучаемых элементов.

Пример 1.2. Подадим на вход цепи, состоящей из последовательного соединения резистора R и ёмкости C (см. рис. 1.5), напряжение $U(t)$ и будем интересоваться током I_R как выходом цепи.

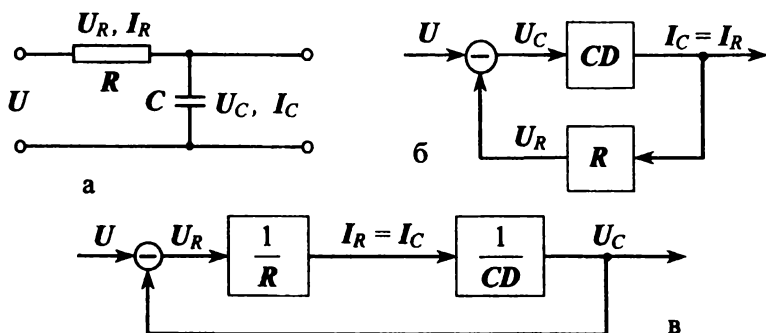


Рис. 1.5. Ёмкостно-резистивная цепь и её структурные модели.

Согласно этапам 1 и 2 процедуры структурного моделирования обозначим напряжения на R и C соответственно через $U_R(t)$ и $U_C(t)$. Тогда внешнее напряжение $U(t)$, распределяется (по закону Кирхгофа) между элементами R и C цепи так, что $U_C(t)$ приобретает смысл разности $U_C(t) = U(t) - U_R(t)$, реализуемой на структурной модели элементом вычитания напряжений $U(t)$ и $U_R(t)$. В этой связи $U_C(t)$ выступает в форме следствия, в то время как $U(t)$ и $U_R(t)$ в форме причин. В свою очередь, то же самое $U_C(t)$ является причиной образования тока $I_C(t)$ через ёмкость, выступающего по отношению к $U_C(t)$ в качестве прямого следствия. Ток $I_C(t)$ по принципу устройства цепи совпадает с током $I_R(t)$ через резистор. Поэтому замыкание обратной связи осуществляется именно так, как показано на рис.1.5 б. Дуальная структурная модель цепи (рис. 1.5 а) изображена на рис. 1.5 в.

Введённых элементов теперь оказывается вполне достаточно для структурного, а вместе с ним и математического моделирования разнообразных электрических цепей.

1.2. Структурная модель контура нулевой последовательности трехфазной сети с резонансно-заземлённой нейтралью в режиме однофазного замыкания.

Эффективным методом борьбы с последствиями однофазных замыканий на землю в низковольтных и высоковольтных электрических сетях являются, как известно [15, 16, 17, 30], быстродействующая компенсация токов и напряжений в месте прикосновения или в месте высоковольтного пробоя. Важным моментом на пути решения проблемы становится рассмотрение контура нулевой последовательности сети как объекта управления и построение его структурной схемы.

Распространённой и содержательной на низких частотах схемой трёхфазной электрической сети в аналогичных задачах принято считать схему, приведённую на рис. 1.6. В нейтраль сети с фазными напряжениями $E_k(t)$, $k=1,2,3$, введены регулируемая катушка индуктивности $L(t)$, обладающая активным сопротивлением $R(t)$.

Распределённые фазные ёмкости $C_k(t)$, $k=1,2,3$ и активные проводимости $g_k(t)$, $k=1,2,3$, изоляции заменяются сосредоточенными элементами. Нелинейное сопротивление однофазного замыкания, в общем случае характеризуемое Вольтовой дугой, введено между фазой 3 и землёй

$$I_0(t) = f[U_3(t)],$$

где $I_0(t)$ и $U_3(t)$ - ток и напряжение места повреждения сети. Будем полагать также, что ряд неучтённых малых параметров не оказывает существенного влияния на процессы компенсации.

ЭДС источников $E_k(t)$, $k=1,2,3$, распределяются между параллельно соединёнными $C_k(t)$ и $g_k(t)$, $k=1,2,3$ и последовательно соединёнными $L(t)$ и $R(t)$ компенсирующего реактора так, что напряжение $U_k(t)$ между k -той фазой и землёй есть результат сравнения (см. рис.1.7) напряжения $E_k(t)$ и напряжения $e(t)$ на реакторе:

$$U_k(t) = E_k(t) - e(t).$$

Полученное напряжение $U_k(t)$, $k=1,2,3$, порождает токи $I_{Ck}(t)$ и $I_{gk}(t)$ в соответствии с физическими законами

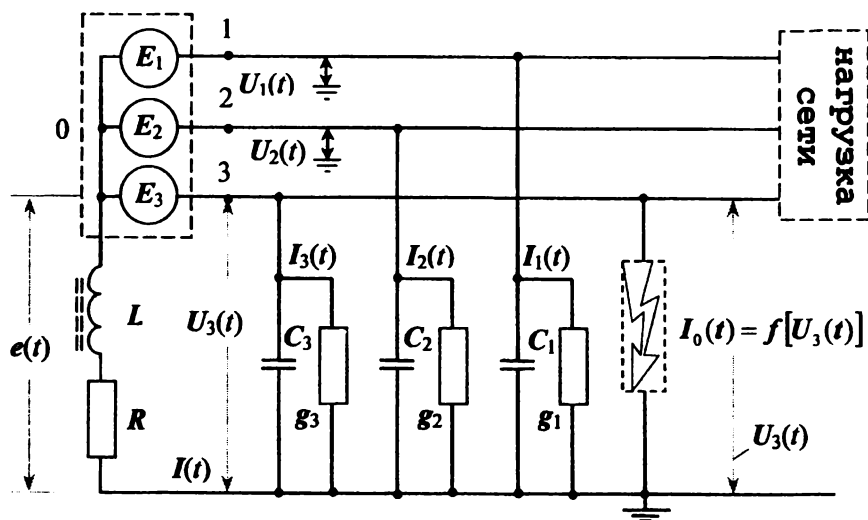


Рис. 1.6. Упрощенная схема замещения трёхфазной электрической сети с сосредоточенными параметрами.

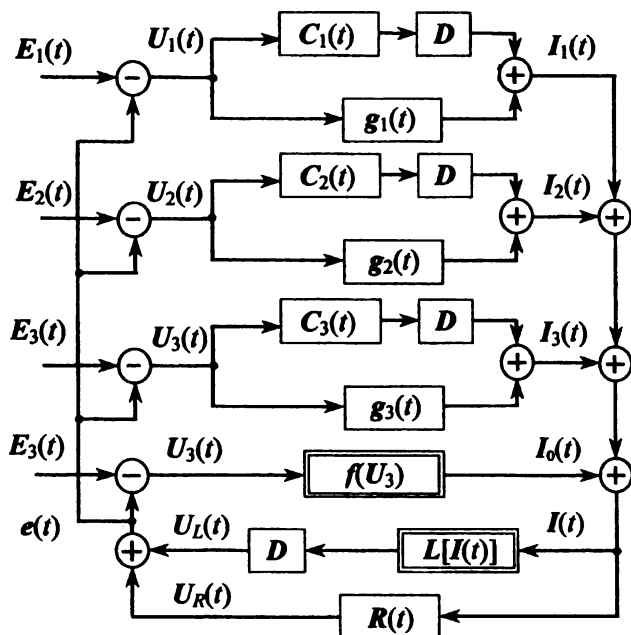


Рис. 1.7. Структурная схема контура нулевой последовательности трёхфазной электрической сети.

$$I_{Ck}(t) = D [C_k(t) U_k(t)], \quad I_{gk}(t) = g_k(t) U_k(t), \quad k=1,2,3.$$

Согласно схемы на рис.1.6 ток $I_k(t)$ k -той фазы сети на землю будет равным

$$I_k(t) = I_{Ck}(t) + I_{gk}(t), \quad k=1,2,3.$$

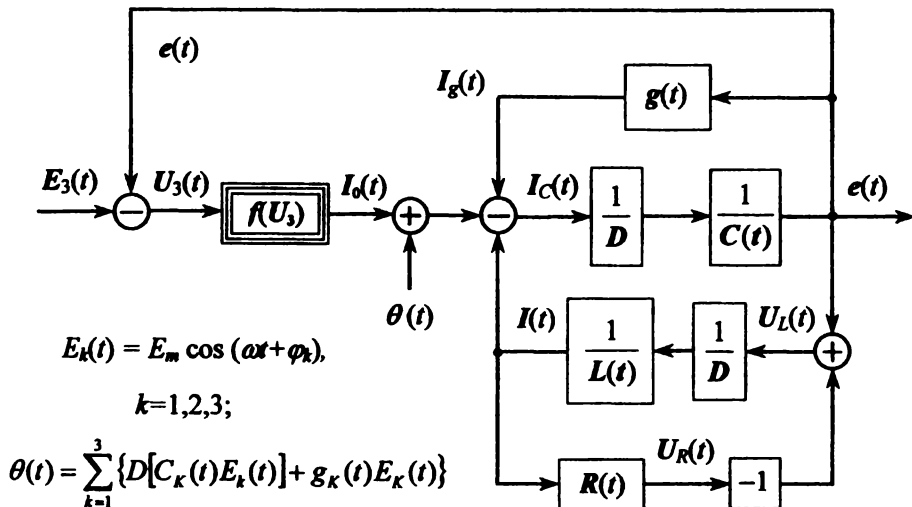


Рис. 1.8. Структурная модель контура нулевой последовательности сети с использованием интеграторов.

В месте же однофазного замыкания на землю развивается ток $I_0(t) = f[U_3(t)]$. Сумма всех токов, т.е. $I(t) = I_0(t) + I_1(t) + I_2(t) + I_3(t)$ протекает, вообще говоря, через нелинейную индуктивность $L(t) = L[I(t)]$ и активное сопротивление $R(t)$ реактора, являясь причиной образования напряжения

$$U_L(t) = D[L(I(t))I(t)]$$

на нелинейной индуктивности $L(t)$ и напряжения

$$U_R(t) = R(t) I(t)$$

на сопротивлении $R(t)$. Результирующее напряжение $e(t)$ реактора равно:

$$e(t) = U_L(t) + U_R(t).$$

Таким образом, простое пересказывание принципа взаимодействия координат токов и напряжений на элементах схемы рис.1.6 с одновременным графическим нанесением причинно-следственных связей на рис.1.7 и составляет наиболее короткий путь от физического понимания принципа действия устройства к его структурной и математической моделям. Эквивалентными преобразованиями, которые рассмотрены в разд.1.3 легко перейти к его структурной схеме на рис. 1.8, весьма удобной для изучения процессов средствами аналогового и цифрового моделирования. В частности, если минимизировать $U_3(t)$ до нуля и поддерживать на этом уровне, можно погасить дуговые процессы или минимизировать ток в месте замыкания, что и служит стимулом для создания различного рода компенсаторов и средств автоматического управления ими.

Изложенная техника построения логических, структурных и математических моделей (моделей причинно-следственных связей) наглядно подтверждает эффективность системного анализа в электротехнике. Строгость построения указанных моделей очевидно обеспечивается тем, что при этом не нарушаются физические законы.

1.3. Правила структурных преобразований (ПСП) электрических цепей.

Для того, чтобы развернуть структурную модель электрической цепи по отношению к интересующей координате полезны следующие основные ПСП. Это последовательное соединение звеньев, параллельное соединение звеньев и встречно-параллельное соединение звеньев. Введём эти правила (ПСП) сначала для случая безынерционных усилителей, а потом просто обобщим их на случай передаточных функций.

1.3.1. Последовательное соединение двух усилительных звеньев. На рис. 1.9 показано последовательное соединение усилителей 1 и 2 с коэффициентом передачи K_1 и K_2 .

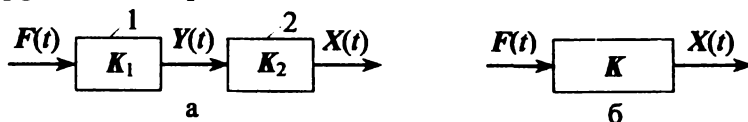


Рис. 1.9. К структурному преобразованию последовательного соединения звеньев (а) в одно звено (б).

Координаты X , Y , F структурной схемы являются соответственно выходом $X(t)$ звена 2, входом $Y(t)$ звена 2, или выходом $Y(t)$ звена 1, входом $F(t)$ звена 1. Так как направленное по стрелкам воздействие $F(t)$ преобразуется последовательно (рис. 1.9 а) сначала в

$$Y(t) = K_1 F(t), \quad (1)$$

а затем $Y(t)$ в $X(t)$, равнос

$$X(t) = K_2 Y(t), \quad (2)$$

то подставляя (1) в (2) получим

$$X(t) = K_2 [K_1 F(t)] = (K_2 K_1) F(t) = (K_1 K_2) F(t). \quad (3)$$

Из рис. 1.9 б следует

$$X(t) = K F(t). \quad (4)$$

Приравнивая левые и правые части (3) и (4) видим, что

$$K = K_1 K_2. \quad (5)$$

ВЫВОД: Коэффициент передачи K соединения звеньев, состоящего из двух последовательно включённых звеньев направленного действия с коэффициентами K_1 и K_2 , равен их произведению.

1.3.2. Параллельное соединение двух усилительных звеньев. На рис. 1.10 показано параллельное соединение двух усилителей 1 и 2 с коэффициентами передачи K_1 и K_2 :

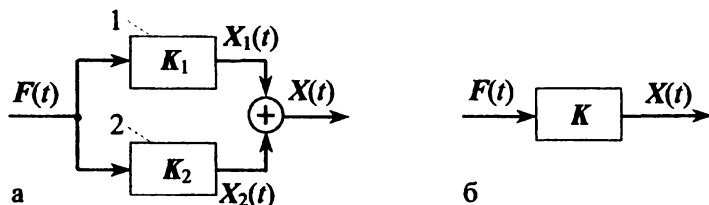


Рис. 1.10. К структурному преобразованию параллельного соединения звеньев (а) в одно звено (б).

Справедливы следующие соотношения

$$X_1(t) = K_1 F(t), \quad X_2(t) = K_2 F(t). \quad (6)$$

Суммирование этих координат X_1 и X_2 даёт координату в форме выхода $X(t)$ соединения этих звеньев на рис. 1.10 а:

$$X(t) = X_1(t) + X_2(t) = K_1 F(t) + K_2(t)F(t) = (K_1 + K_2) F(t). \quad (7)$$

Общий сигнал $F(t)$ в (7) лучше выносить не влево от оператора $(K_1 + K_2)$, а всегда вправо от него, подчеркивая тем самым причинную обусловленность вида (рис. 1.10 б)

$$X(t) = KF(t). \quad (8)$$

Приравнивая левые и правые части (7) и (8) получаем, что

$$K = K_1 + K_2. \quad (9)$$

ВЫВОД: Коэффициент передачи K соединения звеньев, представленных на рис. 1.10 и состоящих из параллельного соединения усилителей 1 и 2 с передаточными коэффициентами K_1 и K_2 , равен их сумме.

Если по одной, например второй, цепи распространяется инвертированное воздействие $X_2'(t) = -X_2(t)$, то

$$K = K_1 - K_2. \quad (10)$$

1.3.3. Встречно-параллельное соединение звеньев направленного действия: соединение звеньев в замкнутый контур. Этот вид соединений является наиболее сложным, так как вход $F(t)$ передается по связи $F \rightarrow X$ с коэффициентом передачи K_1 на выход усилителя 1 в форме сигнала $X(t)$, который затем по цепи обратной связи (блок 2) с коэффициентом передачи K_2 вновь возвращается на вход усилителя 1.

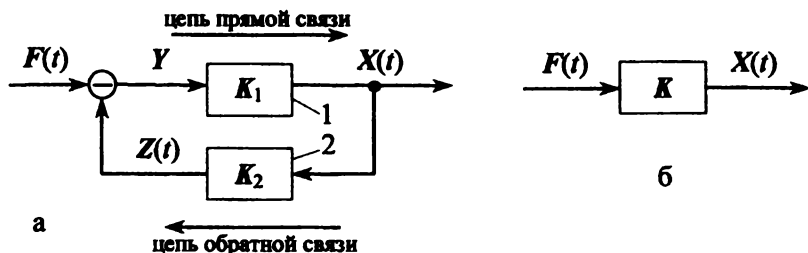


Рис. 1.11. К структурному преобразованию соединения звеньев с обратной связью (а) в одно звено (б) направленного действия.

Это так называемый усилитель K_1 , охваченный отрицательной обратной связью с коэффициентом передачи K_2 . Формальная часть описания этой разновидности соединений звеньев направленного действия также проста. Опишем соотношениями:

цепь прямой связи

$$X(t) = K_1 Y(t), \quad (11)$$

цепь обратной связи

$$Z(t) = K_2 X(t), \quad (12)$$

цепь элемента сравнения

$$Y(t) = F(t) - Z(t). \quad (13)$$

Подставляя вместо $Z(t)$ в (13) его выражение (12), а полученное из (13) $Y(t)$ - в (11), имеем

$$X(t) = K_1[F(t) - K_2X(t)], \quad (14)$$

откуда

$$(1 + K_1K_2) X(t) = K_1F(t). \quad (15)$$

Разделив левую и правую части (15) на $(1 + K_1K_2)$ окончательно получим

$$X(t) = \frac{K_1}{1 + K_1K_2} F(t). \quad (16)$$

Сопоставляя выражение из рис. 1.11 б

$$X(t) = KF(t)$$

выражением (16) приходим к искомой формуле

$$K = \frac{K_1}{1 + K_1K_2}. \quad (17)$$

ВЫВОД: Усилитель K_1 , охваченный отрицательной обратной связью с коэффициентом передачи K_2 , имеет результирующий передаточный коэффициент K , в точности равный коэффициенту усиления K_1 прямой цепи, поделенному на произведение передаточных коэффициентов прямой цепи K_1 и обратной цепи K_2 плюс единица.

примечание 1. Если инвертировать знак обратной связи, то в соотношении (13) минус изменится на плюс и $Y(t)$ будет равным

$$Y(t) = F(t) + Z(t) \quad (18)$$

используя (11), (12), (18) приходим к общему коэффициенту усилителя, охваченного положительной обратной связью, равному

$$K = \frac{K_1}{1 - K_1K_2}. \quad (19)$$

В пассивных электрических цепях положительная обратная связь не встречается. В активных же цепях, в которые привносится энергия извне, она может иметь место.

1.3.4. Обобщение полученных формул на случай передаточных функций. Все полученные формулы (5), (9), (10), (17), (19) по своей сути алгебраические и безоговорочно применяются только в линейных электрических цепях.

Напомним, что звено считается линейным, если сумма $X_1(t) + X_2(t)$ реакций $X_1(t)$ и $X_2(t)$ звена на два отдельных сигнала $F_1(t)$ и $F_2(t)$ совпадает (равна) с реакцией $X(t)$ этого же звена на их сумму $F_1(t) + F_2(t)$, т.е. когда выполняется условие

$$X_1(t) + X_2(t) = KF_1(t) + KF_2(t) = K[F_1(t) + F_2(t)] = X(t) \quad (20)$$

Не следует думать, что это условие выполняется в других случаях, отличных от линейного. Пусть, например, связь входа $F(t)$ с выходом $X(t) = F^2(t)$. Проверим, выполняется ли условие (20) в данном случае. Сумма $X_1(t) + X_2(t)$ реакций $X_1(t)$ и $X_2(t)$ на отдельные сигналы $F_1(t)$ и $F_2(t)$ равна

$$X_1(t) + X_2(t) = F_1^2(t) + F_2^2(t),$$

а реакция $X(t)$ на их сумму $F_1(t) + F_2(t)$ равна

$$X(t) = [F_1(t) + F_2(t)]^2 = F_1^2(t) + 2F_1(t)F_2(t) + F_2^2(t).$$

Следовательно,

$$X(t) \neq X_1(t) + X_2(t)$$

и звено нелинейно. То же самое происходит с любой функциональной зависимостью, отличной от коэффициента передачи K . Свойством линейности приходится часто пользоваться. При внимательном восприятии определения оно оказывается правилом переноса сумматора с входа звена на его выход (см. рис. 1.12)

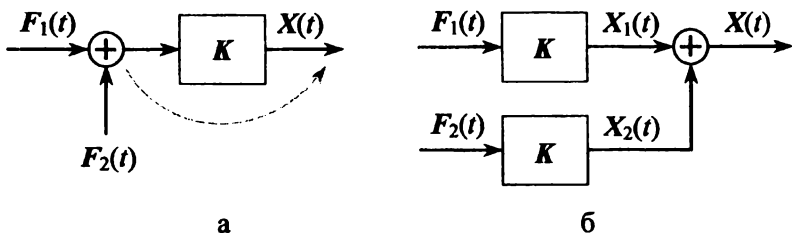


Рис. 1.12. Эквивалентный перенос сумматора с входа (а) на выход (б) звена направленного действия с коэффициентом передачи K .

Передаточные функции, т.е. операторы связи входа с выходом типа

$$K, LD, CD, (LD)^{-1}, (CD)^{-1}, R, R^{-1} \quad (21)$$

рассмотренных выше физических закономерностей, обладают свойством линейности. Поэтому полученные формулы (5), (9), (10), (17), (19) будут справедливы и по отношению к передаточным функциям. Действительно, если в формулах всюду K_1 и K_2 заменить на указанные операторы (21) или их комбинации, т.е. положить в общем случае

$$K_1 = K_1(D) \text{ и } K_2 = K_2(D), \quad (22)$$

то приходим к следующим утверждениям.

1. Последовательное соединение (см. рис. 1.9) звеньев 1 и 2 с передаточными функциями $K_1(D)$ и $K_2(D)$ можно заменить одним звеном с передаточной функцией $K(D)$, равной

$$K(D) = K_1(D) K_2(D). \quad (23)$$

2. Параллельное соединение (см. рис. 1.10) звеньев 1 и 2 с передаточными функциями $K_1(D)$ и $K_2(D)$ можно заменить одним звеном с передаточной функцией $K(D)$, равной

$$K(D) = K_1(D) + K_2(D) \quad (24)$$

3. Звено (см. рис. 1.11) с передаточной функцией $K_1(D)$, охваченное отрицательной обратной связью с передаточной функцией $K_2(D)$, имеет результирующую передаточную функцию $K(D)$, равную

$$K(D) = \frac{K_1(D)}{1 + K_1(D)K_2(D)} \quad (25)$$

Передаточная функция называется стационарной, если входящие в нее параметры (коэффициенты) не зависят от времени, т.е. от момента наблюдения t сигналов (токов и напряжений).

Полученные структурные модели на рис. 1.7 и рис. 1.8 нестационарны, т.к. емкости $C_k(t)$ ($k=1,2,3$) и активные проводимости $g_k(t)$ ($k=1,2,3$), активное сопротивление нейтрали $R(t)$ зависят от времени. Нестационарность сохранится, если хотя бы один параметр схемы зависит от t . В этом смысле исходные структурные модели оказываются более общими, чем преобразованные их варианты с использованием понятия передаточной функции. Тем не менее широко распространённые стационарные и квазистационарные режимы работы цепей адекватно преобразуются на основе этого понятия и полученные ПСП оказываются весьма плодотворными в практических задачах. Справедливость сказанного ниже оценивается на примере преобразования структурной модели контура нулевой последовательности сети (КНПС) (рис. 1.7).

1.4. Структурные преобразования исходной структурной модели КНПС в режиме однофазного замыкания (ОЗ).

Для ориентировки в терминологических предпочтениях под исходной структурной моделью КНПС будем понимать такую структуру, каждый элемент которой упростить уже не представляется возможным или нецелесообразным. Иными словами, если детализация структуры доведена до неупрощаемых передаточных функций типа (21), то структуру электрической цепи логично именовать исходной. Хотя частое использование преобразованных вариантов структурной модели может также стать исходной в тех задачах, которые решаются

на основе этого преобразованного варианта как начального в исследованиях и разработках. Так что относительность понятия «исходная» структурная модель КНПС очевидно имеет место.

На рис. 1.7 изображена нестационарная и даже нелинейная исходная структурная модель КНПС. Преобразуем эту схему при следующих, не очень стеснительных ограничениях: 1) нестационарные параметры $C_{\nu}(t)$, $g_{\nu}(t)$, $R(t)$ будем считать стационарными, т.е. вместо $C_{\nu}(t)$, $g_{\nu}(t)$, $R(t)$ на рис. 1.7 следует поставить C_{ν} , g_{ν} , R без символа t - момента наблюдения или кратко это сводится к условиям:

$$C_{\nu}(t) = C_{\nu} = \text{const}, g_{\nu}(t) = g_{\nu} = \text{const}, R(t) = R = \text{const}; \quad (26)$$

и 2) нелинейную индуктивность $L[I(t)]$ заменим на линейную $L[I(t)] = L(t)$ и даже квазистационарную $L(t) = L$, т.е. стационарную на интересующих нас временных интервалах, или кратко это сводится к условию

$$L[I(t)] = L(t) = L = \text{const}. \quad (27)$$

С учётом ограничений (26), (27) хорошо срабатывают ПСП типа (22) - (25).

Элементы схемы C_{ν} , g_{ν} характеризуют фазные емкостные и омические параметры изоляции сети. Обозначим передаточную функцию (ПФ) ν -ой фазы изоляции буквой S_{ν} с оператором дифференцирования $D = d/dt$, т.е. пусть дифференциальный оператор ν -ой фазы изоляции сети идентифицируется сочетанием символов $S_{\nu}(D)$, равным

$$S_{\nu}(D) = C_{\nu}D + g_{\nu}, \quad \nu = 1, 2, 3. \quad (28)$$

При получении ПФ (28) воспользовались формулой (24) ПСП.

С учётом (28), преобразуемый фрагмент от координат E_1, E_2, E_3 , e к току I_s^0 ($E_1, E_2, E_3, e \rightarrow I_s^0$) структурной модели КНПС на рис. 1.7 принимает вид, показанный на рис. 1.13.

Осуществим на рис. 1.13 (см. пунктир) перенос сумматоров 1,2,3 на выход звеньев S_1, S_2, S_3 с ПФ $S_1(D), S_2(D), S_3(D)$. Сделать это можно в силу линейности указанных звеньев (см. также рис. 1.12).

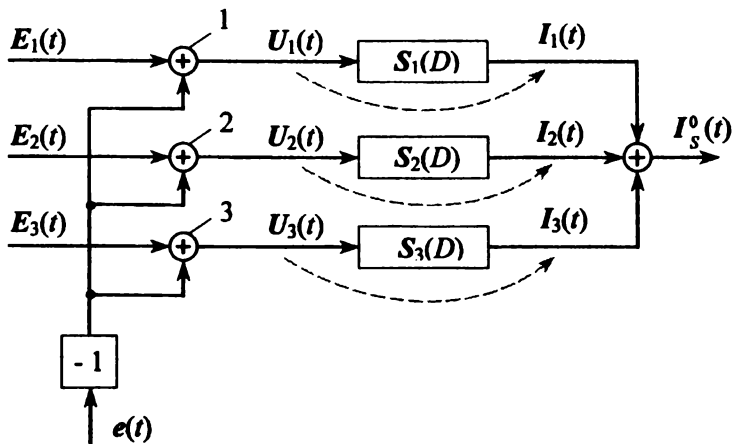


Рис. 1.13. Преобразованный фрагмент $E_1, E_2, E_3, e \rightarrow I_s^0$ структурной модели КНПС на рис. 1.7.

Сформируем на общем сумматоре (пунктир на рис. 1.14) ток $\theta(t)$, равный

$$\theta(t) = \sum_{v=1}^3 S_v(D) E_v(t) \quad (29)$$

или в развёрнутой записи

$$\theta(t) = \sum_{v=1}^3 (C_v(D) + g_v) E_v(t) = \sum_{v=1}^3 \left[C_v \frac{dE_v(t)}{dt} + g_v E_v(t) \right], \quad (30)$$

и отдельно ток $I_s(t)$ через изоляцию сети, равной

$$I_s(t) = \sum_{v=1}^3 S_v(D) e(t), \quad (31)$$

обусловленный ненулевым напряжением $e(t)$ смещения нейтрали (рис. 1.6), так что согласно модели на рис. 1.14 а

$$I_s^0(t) = \theta(t) - I_s(t).$$

В развёрнутой записи соотношение (31) примет вид

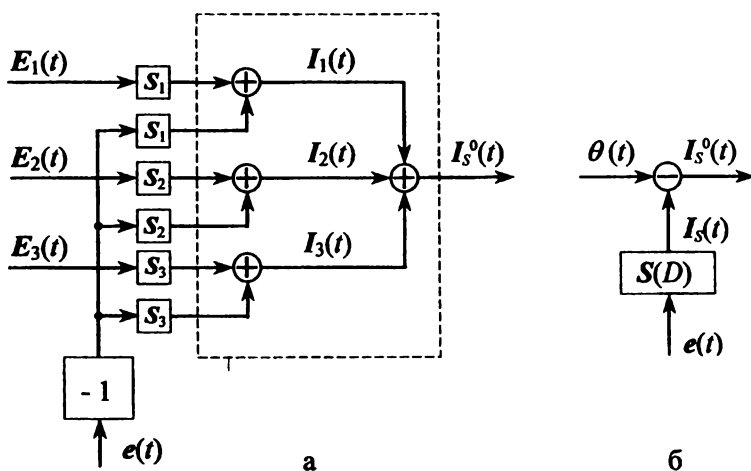


Рис. 1.14. Дальнейшие преобразования фрагмента $E_1, E_2, E_3, e \rightarrow I_s^0$ структурной модели КНПС.

$$I_s(t) = \sum_{v=1}^3 (C_v D + g_v) e(t), \quad (32)$$

откуда

$$I_s(t) = S(D) \cdot e(t), \quad (33)$$

где оператор изоляции сети $S(D)$ равен

$$S(D) = (C_1 + C_2 + C_3)D + g_1 + g_2 + g_3. \quad (34)$$

Обозначая суммарную емкость изоляции через C и суммарную активную проводимость изоляции через g , имеем

$$C = C_1 + C_2 + C_3, \quad g = g_1 + g_2 + g_3. \quad (35)$$

С учётом (35) ПФ $S(D)$ перепишется в виде

$$S(D) = CD + g. \quad (34)^0$$

Принимая во внимание сказанное, а именно: соотношения (26), (27), (29), (33), (34)⁰, структура фрагмента $\varrho e \rightarrow I_s^0$ упрощается и приобретает форму, указанную на рис. 1.14 б.

По физическому смыслу $\theta(t)$ является током несимметрии, возникающим от неодинаковости фазных параметров изоляции сети и ЭДС фазных источников, вычисляемый по формулам (29), (30). Очевидно, если

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_\Phi, \quad g_1 = g_2 = g_3 = g_\Phi, \\ \max_i |E_1(t)| = \max_i |E_2(t)| = \max_i |E_3(t)| = E_m, \quad (36)$$

то вычисляемый по формулам (29), (30) ток $\theta(t)$ будет тождественно равен нулю:

$$\theta(t) \equiv 0 \quad (37)$$

В самом деле, из записи (30) следует

$$\theta(t) = -\left\{ C_\Phi \omega E_m \left[\sin \omega t + \sin(\omega t - 120^\circ) + \sin(\omega t + 120^\circ) \right] - \right. \\ \left. - g_\Phi E_m \left[\cos \omega t + \cos(\omega t - 120^\circ) + \cos(\omega t + 120^\circ) \right] \right\}, \\ \text{если} \quad E_\nu(t) = E_m \cos(\omega t + \varphi_\nu), \quad \nu = 1, 2, 3, \quad (38) \\ \varphi_1 = 0, \quad \varphi_2 = -120^\circ, \quad \varphi_3 = 120^\circ.$$

Так как алгебраическая сумма трёх синусоид и косинусоид равна нулю при условии (36), то отсюда и следует утверждение (37). Поэтому любая естественная или искусственная несимметрия фазных емкостей и проводимостей проводников сети относительно земли порождает ненулевой ток несимметрии $\theta(t)$, с чем и приходится считаться при эксплуатации систем электроснабжения.

Например, если

$$C_1 = C_\Phi - \Delta C, \quad C_2 = C_3 = C_\Phi, \quad (39)$$

то из той же формулы (30) с учётом (38) следует

$$\theta(t) = -\Delta C \omega E_m \sin \omega t = \theta_m \cos(\omega t + 9), \quad (40)$$

где амплитуда θ_m и фаза ϑ тока $\theta(t)$ равны

$$\theta_m = \Delta C \omega E_m, \quad \vartheta = 90^\circ. \quad (41)$$

Изменяя на рис. 1.7 с учетом (26),(27) преобразованный фрагмент модели $\theta, e \rightarrow I$ в соответствии с рис. 1.14 б, получаем следующую достаточно общую структурную модель КНПС в режиме однофазного замыкания (ОЗ), показанную на рис. 1.15.

Фигурирующие на рис. 1.15 координаты $E_3, U_3, I_0, \theta, I, I_s, e$ и параметры L, R, C, g и $f(U_3)$ полностью охарактеризованы в разделе 1.2 и в настоящем разделе на них мы останавливаться не будем. Общность полученной модели заключается в том, что она оказывается справедливой как для нормального режима работы сети, так и для режимов дугового и глухого ОЗ. Подчеркнём, что адекватность модели на рис.1.15

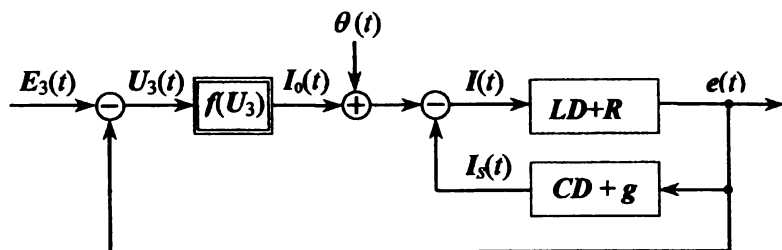


Рис. 1.15. Преобразованная структурная модель КНПС в режиме ОЗ.

имеет место в диапазоне рабочих частот примерно от 20 Гц до 80 Гц. Для адекватности модели на средних (килогерцы) и высоких (десятки килогерц) частотах следует учесть тонкую структуру системы электроснабжения [15, 16, 19, 20].

Остановимся вкратце на вопросах уточнения терминологии.

С понятием утечки обычно связывают процесс стекания на землю зарядов с токоведущих элементов сети, вызванный либо повреждением изоляции, либо случайным прикосновением обслуживающего персонала. Сильноточные утечки именуются замыканиями. Всё дело стало быть в силе тока, протекающего через

место заземления сети: при миллиамперах – это утечки, при амперах – замыкания. В этой связи утечки чаще встречаются в низковольтных сетях до 1140 В, замыкания – в высоковольтных сетях 6-35 кВ.

Практика [15, 16] показывает, что целесообразно различать три принципиально различных режима работы трёхфазной электрической сети. Назовём их режимами А, В, и С.

Режим А – это режим работы сети, когда в ней отсутствуют какие-либо повреждения и опасные ситуации.

Режим В – это режим однофазного глухого замыкания на землю или режим однофазной утечки, когда между фазой сети и землёй появляется сосредоточенное повреждение в виде некоторого активного сопротивления $R_0 = 1/g_0$.

Режим С – это такой режим однофазного замыкания на землю, при котором образуются дуговые или искровые процессы в месте повреждения изоляции, описываемые гистерезисной нелинейностью типа Вольтовой дуги. По аналогии можно ввести режимы Д и Т, как режимы соответственно двухфазных или трёхфазных замыканий сети, при которых повреждённые участки следует немедленно отключить, переводя сеть в режим А или может быть в режимы ОЗ, если для них предусмотрена общесетевая защита типа [18, 30].

С точки зрения защитной минимизации токов режимы В и С являются основными рабочими режимами, режим А подготовительным к режимам В, С или режимом их ожидания. Режимы же Д и Т – это режимы опасной ситуации, требующие быстрого действующего защитного отключения всей сети или её повреждённых присоединений.

С учётом уточнения терминологии общую структурную модель КНПС на рис. 1.15 целесообразно представить теперь для каждого из трёх основных режимов работы сети. На рис. 1.16 а, б, в изображены структурные модели КНПС соответственно для режимов А, В, и С, где введены упрощающие обозначения $N(D)$ и $S(D)$ для передаточных функций $LD + R$ и $CD + g$, а именно:

$$N(D) = LD + R, \quad S(D) = CD + g. \quad (42)$$

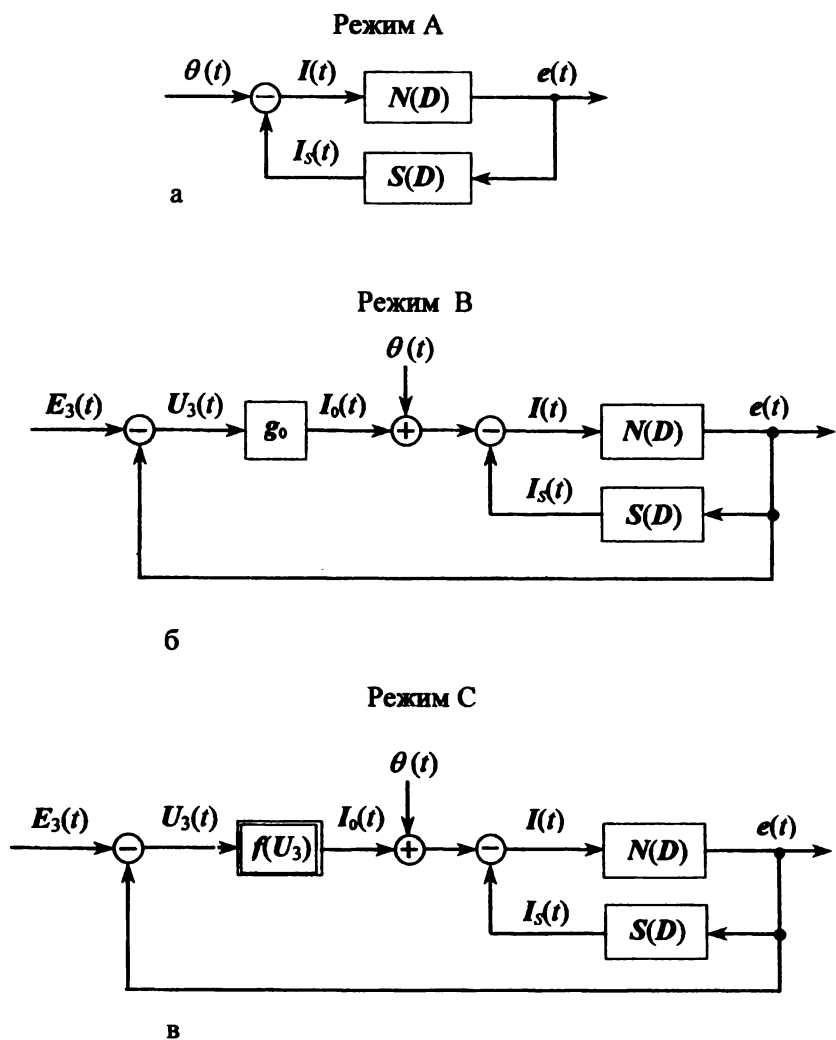


Рис. 1.16. Преобразованные структурные схемы КНПС для режимов А, В, и С.

С учётом ограничений (26),(27) полученные структурные модели КНПС для режимов А и В становятся чисто линейными, а для режима С аналогичная модель оказывается нелинейной из-за гистерезисной нелинейности типа Вольтовой дуги [15, 16].

Общая схема полученных структурных схем на рис. 1.16 может быть преобразована по формуле (25) ПСП, а именно:

$$e(t) = \frac{N(D)}{1 + N(D)S(D)} \theta(t). \quad (43)$$

Так что, вводя передаточную функцию $W(D)$ вида

$$W(D) = \frac{N(D)}{1 + N(D)S(D)} = \frac{LD + R}{1 + (LD + R)(CD + R)} \quad (44)$$

структурные схемы на рис. 1.16 упрощаются ещё более и приобретают вид, представленный на рис. 1.17:

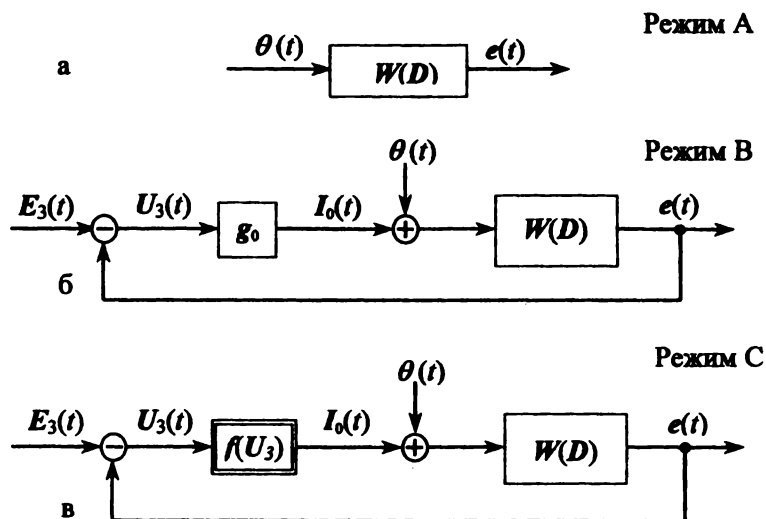


Рис. 1.17. Укрупнённые структурные модели КНПС для режимов А (а), В (б), С (в).

Подчеркнём, что в ТАУ такой вид структурных схем соответствует ледящим системам. В таких системах координата $e(t)$ в режимах В и С отслеживает координату $E_3(t)$. Расчётом параметров следящей системы обиваются минимизации $U_3(t)$, называемой в ТАУ ошибкой $\varepsilon(t)$ следящей системы. Чем меньше ошибка, тем лучше следящие свойства системы. Этот ход рассуждений полностью отвечает в электроснабжении режиму защитной минимизации $U_3(t)$ до возможно меньших начений в режиме В и до значений $U_{об}$ обрыва дуги в режиме С.

Таким образом, введенные правила структурных преобразований (ПСП) позволяют эффективно маневрировать структурой модели в ой мере, чтобы она отвечала задачам исследования и разработки устройств РЗА.

1.5. Получение математических моделей электрических епей на основе их структурных моделей.

Для логичности восприятия основного содержания раздела на- омним некоторые математические понятия с точки зрения инженера.

1.5.1. Функции, функционалы и операторы. Рассмотрим число- вую ось $(-\infty, \infty)$, например, ось t и некоторый отрезок $[a, b]$ на ней.

1. Если каждой точке t на отрезке $[a, b]$ ставится в соответствие пределённое (по некоторому закону) значение x , то именно такое оответствие называется функцией f . При этом говорят, что на множестве эчек отрезка $[a, b]$ определена (задана) функция $f(t)$ со значениями x на ножестве X . Множество $[a, b]$ называется областью определения ункции $x = f(t)$, а множество всех значений x называют областью (мно- еством) X значений функции f . Символика при этом такая: $t \in [a, b]$, $x = f(t)$, $x \in X$. Читается: t принадлежит множеству $[a, b]$; x является ункцией t ; x принадлежит множеству X . Раздел математики, изучающий труктуру функций, - это теория функций вещественного переменного, де устанавливаются классификация функций и правила оперирования ад ними. Например, если существует (т.е. конечна) и непрерывна произ- одная от функции: $df(t)/dt$, то эта функция принадлежит к классу $C = [a, b]^{(1)}$ один раз непрерывно дифференцируемых функций, т.е. $f(t) \in C =$

$C_{[a,b]}^{(1)}$. Если существует (т.е. конечен) интеграл от функций $\int_a^b |f(t)| dt$, то говорят, что функция $f(t)$ интегрируема в том или ином смысле на отрезке $[a, b]$ и принадлежит к классу $L=L(a,b)$, т.е. $f(t) \in L$. Таких классов функций может быть много в зависимости от возможных свойств функций.

2. Если каждой функции $f(t)$ из некоторого множества $\Psi = \Psi(a, b)$ функций, определённых на множестве точек отрезка $[a, b]$, ставится в соответствие точка (число), то такое соответствие называется функционалом. Примером функционала является определённый интеграл вида

$$J(n) = \int_a^b f_n(t) dt, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

где f_0, f_1, f_2, \dots - разные функции. Говорят, что J есть функционал от f_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) или функционал J определён на множестве функций $f_0, f_1, f_2, \dots \in \Psi$. Значения функционала физически – это площадь под графиком функций $f_n(t), t \in [a, b]$.

Интеграл от функции $F(x, t)$ двух независимых переменных $x \in X$ и $t \in [a, b]$ вида

$$J(x) = \int_a^b F(x, t) dt, \quad x \in X$$

является также функционалом относительно функций $F_x(t) = F(x, t)$, $x \in X$, так как каждой функции $F_x(t)$ (x – фиксировано) ставится в соответствие число $J(x)$. Раздел математики, изучающий свойства (отыскание экстремумов) функционалов – это вариационное исчисление.

3. Если каждой функции $f(t), t \in [a, b]$ ставится в соответствие некоторая функция $x(t), t \in [a, b]$, то это соответствие называется операторным.

Раздел математики, изучающий свойства операторов – это теория операторов. В частности, если на вход некоторого звена поступает сигнал $U(t)$, а на выходе наблюдается сигнал $I(t)$, то связь входа с выходом также будет операторной. Если звено характеризуется оператором A , то пишут

$$I(t) = AU(t) \quad (45)$$

читается так: $I(t)$ есть результат воздействия оператора A на входной сигнал $U(t)$. Переставлять местами $U(t)$ и A не допускается. Следовательно, место оператора A всегда слева, а место функции $U(t)$ (т.е. то, на что действует оператор) всегда справа.

Операторы могут быть различной природы.

Так процесс образования сложной функции $F[X(t)]$ (функции от функции) называется суперпозицией. Оператор суперпозиции «генерирует» функцию $Y(t)$, равную

$$Y(t) = F[X(t)]. \quad (46)$$

Следовательно, любая линейная или нелинейная характеристика звена $F(x)$ является линейным или нелинейным оператором F безынерционного типа. При этом $x(t)$ рассматривается как вход звена, а $y(t)$ как его выход.

Выше встречались простейшие операторы дифференцирования и интегрирования вида

$$y(t) = Dx(t), \quad y(t) = \frac{1}{D}x(t). \quad (47)$$

В данном случае с учётом (45) роль оператора A играют $A=D$ и $A=1/D$, $D = d/dt$. Так что функции $x(t)$ на входе звеньев с операторами D и $1/D$

соответствуют функции времени $y(t) = dx(t)/dt$, $y(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau$ на выходе

этих звеньев. Здесь и далее наиболее важными операторами являются дифференциальные операторы, простейшие из них приведены в (47). Более сложные операторы – это операторы-полиномы от D или многочленные операторы от D :

$$Q(D) = a_0 D^0 + a_1 D^1 + a_2 D^2 + \dots + a_n D^n, \quad D^0 = 1, \quad n < \infty, \quad (48)$$

где $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ – некоторые константы.

Смысл операторной записи

$$y(t) = Q(D) x(t) \quad (49)$$

состоит в том, что ей отвечает совокупность операций, приводящаяся к виду

$$y(t) = a_0 x(t) + a_1 dx_1(t)/dt + \dots + a_n dx^n(t)/dt^n. \quad (50)$$

Другого смысла операторная запись не имеет. Введённые выше передаточные функции – это те же дифференциальные операторы. Более сложные из них – это отношение операторов-полиномов вида

$$W(D) = \frac{R(D)}{Q(D)} = \frac{b_m D^m + \dots + b_2 D^2 + b_1 D + b_0}{a_n D^n + \dots + a_2 D^2 + a_1 D + a_0}, \quad (51)$$

где $b_0, b_1, b_2, \dots, b_m$ – константы; $m \leq n < \infty$.

Смысл операторной записи

$$y(t) = W(D)x(t) \quad (52)$$

заклѳчен в следующем. Во-первых, это может быть развёрнутая запись

$$y(t) = \frac{R(D)}{Q(D)} x(t); \quad (53)$$

во-вторых, воздействуя на левую и правую части (53) оператором $Q(D)$, получаем операторное уравнение

$$Q(D) y(t) = R(D) x(t). \quad (54)$$

В правой части (53) произошла, очевидно, компенсация оператора $Q(D)$ знаменателя оператором $Q(D)$ числителя.

Полученное дифференциальное уравнение (54) в операторной форме может быть при необходимости раскрыто и переписано более

детально, опираясь на (49) – (51), а именно:

$$\sum_{k=0}^n a_k D^k y(t) = \sum_{k=0}^m b_k D^k x(t) \quad (55)$$

или

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + \dots \\ \dots + b_2 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t). \end{aligned} \quad (56)$$

Таким образом, переход от структурной модели электрической цепи при помощи ПСП к укрупнённым передаточным функциям типа (51) с последующим переходом (52) – (55) к дифференциальному уравнению (56) и составляет основное содержание математического моделирования электрических цепей.

Разумеется, для численных исследований электрических цепей с применением ЭВМ можно воспользоваться не скалярным уравнением n -го порядка типа (56), а системой n уравнений первого порядка, списываемых непосредственно с исходной структурной модели электрической цепи.

Руководствуясь сказанным, совсем нетрудно получить математическую модель КНПС в режиме А (рис. 1.17 а). В самом деле, принимая во внимание (43), (44), и воздействуя оператором знаменателя на левую и правую части (43), имеем

$$[N(D)S(D) + 1] e(t) = N(D)\theta(t), \quad d = d/dt, \quad (57)$$

или с учётом (44):

$$[LCD^2 + (RC + Lg)D + 1 + Rg] e(t) = (LD + R)\theta(t), \quad (58)$$

или с учётом того, что $D = d/dt$:

$$LC \frac{d^2 e(t)}{dt^2} + (RC + Lg) \frac{de(t)}{dt} + (1 + Rg)e(t) = L \frac{d\theta(t)}{dt} + R\theta(t). \quad (59)$$

Основываясь на рис.1.17 б нетрудно получить дифференциальные уравнения КНПС в режиме В. При этом полезно развернуть уравнение сразу относительно $U_3(t)$ тогда решение $U_3(t)$ этого уравнения будет доставлять информацию о процессах минимизации тока или обрыва дуги. Так как

$$e(t) = \frac{N(D)}{1 + N(D)S(D)} [\theta(t) + I_0(t)] \quad (60)$$

и далее по схеме рис. 1.17 б

$$I_0(t) = g_0 U_3(t), \quad e(t) = E_3(t) - U_3(t), \quad (61)$$

то подставляя (61) в (60), имеем

$$E_3(t) - U_3(t) = \frac{N(D)}{1 + N(D)S(D)} [\theta(t) + g_0 U_3(t)] \quad (62)$$

Воздействуя оператором $1 + N(D)S(D)$ на левую и правую части (62) и перенося слагаемое с $U_3(t)$ влево, получим математическую модель КНПС в режиме В на промышленной частоте:

$$[N(D)S_0(D) + 1] U_3(t) = [1 + N(D)S(D)] E_3(t) - N(D)\theta(t), \quad (63)$$

где

$$S_0(D) = S(D) + g_0. \quad (64)$$

То же самое с применением передаточных функций уже из (63) запишется в форме:

$$U_3(t) = \frac{1 + N(D)S(D)}{1 + N(D)S_0(D)} E_3(t) - \frac{N(D)}{1 + N(D)S_0(D)} \theta(t) \quad (65)$$

Если раскрыть передаточные функции $N(D)$, $S(D)$, $S_0(D)$ в (63), то по аналогии с (59) приходим к развёрнутому уравнению

$$\{LCD^2 + [RC + L(g + g_0)]D + 1 + R(g + g_0)\} U_3(t) = V(t), \quad (66)$$

где правая часть $V(t)$ уравнения (66) равна (см. [17, 30])

$$V(t) = [LCD^2 + (RC + Lg)D + 1 + Rg] E_3(t) - (LD + R)\theta(t). \quad (67)$$

Точно также может быть математически описан КНПС в режиме С. Однако, в силу более сложного характера процессов на нелинейном звене $f(U_3)$ целесообразно отложить это до раздела 3.1.

1.6. Алгоритм отыскания решений линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Принимая во внимание, что при каждом исследовании можно воспользоваться только тем объемом информации, который содержится в решениях дифференциальных уравнений, сосредоточим внимание на алгоритме отыскания решений линейных дифференциальных уравнений (ЛДУ) с постоянными коэффициентами (ПК) и напомним его основные положения. Это тем более необходимо, так как вся сфера, весь менталитет инженерных исследований пропитаны понятиями из области линейных дифференциальных уравнений и именно из области ЛДУ с ПК. Находить решения дифференциальных уравнений было всегда непросто, считалось и считается немалым везением, если математическая модель изучаемых процессов сводится к ЛДУ с ПК. Объясняется это полной изученностью к настоящему времени только данной разновидности уравнений (см. например, [21]).

Сконцентрируем внимание на принципиальных моментах аппарата ЛДУ. С инженерной точки зрения полезно определить собственно дифференциальное уравнение как закон связи входа $x(t)$ с выходом $y(t)$ некоторой системы, в котором участвуют не только сами координаты входа и выхода, но и производные по времени от них. Такого рода уравнения приведены в (56), (59), (66). Интерпретация решений как выходов звеньев, описываемых ЛДУ, на вход которых воздействуют наперед известные сигналы в сочетании с линейностью звеньев и их описаний приводят к четкой причинно-следственной картине формирования решений. Внешние сигналы, как сторонние силовые воздействия порождают вынужденные решения $y_e(t)$, $t \in (-\infty, \infty)$. Внутренние сигналы в форме игры инерционных сил порождают собственные, присущие

только этой системе, решения $y_c(t)$, $t \in [t_0, \infty]$. И те, и другие существуют и определяются независимо друг от друга и только в единственной начальной точке $t=t_0$ происходит их координация. Согласно Коши [21], сумма всех порознь найденных решений должна удовлетворять начальным условиям, т.е. начинаться с них. Для этой цели в собственных решениях предусматривается определённое число степеней свободы в виде некоторых произвольных постоянных C_1, C_2, \dots, C_n , если n – порядок левой части уравнения (56).

Переход на новые вынужденные решения $y_e(t)$ практически всегда сопровождается появлением собственных решений $y_c(t)$ в форме некоторых внутренних “переживаний” системы, которые затрачиваются на перестройку вынужденного решения или на переход от одного вынужденного решения к другому. Собственные решения называют также свободными решениями, так как они свободны от принуждения со стороны внешних сил. По этой причине они описывают поведение системы, предоставленной самой себе, что возможно только при тождественно равных нулю внешних воздействиях. Формально этой ситуации отвечает дифференциальное уравнение типа (56) с нулевой правой частью:

$$(a_n D^n + a_{n-1} D^{n-1} + \dots + a_2 D^2 + a_1 D + a_0) y(t) = 0. \quad (68)$$

Из сказанного с очевидностью вытекает, что полное или чаще говорят, общее решение $y(t)$ ЛДУ ищется в виде аддитивно (суммарно) действующих собственного $y_c(t)$ и вынужденного $y_e(t)$ решений, а именно:

$$y(t) = y_c(t) + y_e(t) \quad (69)$$

или в более точной записи

$$y(t; C_1, \dots, C_n) = y_c(t; C_1, \dots, C_n) + y_e(t). \quad (70)$$

Теперь необходимо установить форму вынужденных и собственных решений.

Как известно, любая функция времени, будучи подставлена в левую часть уравнения (56) и отождествившая его, является вынужденным решением $y_e(t)$. Однако, не всякая функция времени может удовлетворять уравнению (56), и, следовательно, быть решением. В этой связи пользуются рабочим правилом: форма вынужденного решения ЛДУ с ПК повторяет форму вынуждающего внешнего воздействия. Только брать её следует в возможно более общем виде (см. табл. 1).

Таблица 1

$x(t)$	a	$a \exp \pm \lambda t$	$a \cos \omega t$ $a \sin \omega t$ $a \cos(\omega t + \alpha)$	$a + bt$ bt	ct^2 , $bt^2 + ct^2$, $a + bt + ct^2$
$y(t)$	A	$A \exp \pm \lambda t$	$A \cos(\omega t + \Phi)$	$A + Bt$	$A + Bt + Ct^2$

Если форма вынужденного решения $y_e(t)$ выбрана правильно, то по определению оно должно привести к тождеству уравнение (56) с правой частью. Завершение поиска решения тогда сводится к простой алгебраической задаче вычисления параметров решения типа A, B, C, Φ (см. табл. 1).

Установление формы собственного решения $y_c(t)$ возможно также осуществить подбором подходящих функций, т.е. как бы “угадыванием” и в случаях, отличных от ЛДУ с ПК, это занятие может и не быть столь бесславным, как кажется. Историческими примерами тому служат уравнения с ЛДУ с переменными коэффициентами, а именно: уравнение Чебышева:

$$(1 - t^2) D^2 y(t) - t D y(t) + n^2 y(t) = 0; \quad (71)$$

уравнение Бесселя:

$$D^2 y(t) + \frac{1}{t} D y(t) + \left(1 - \frac{\nu^2}{t^2}\right) y(t) = 0 \quad (72)$$

уравнение Лежандра:

$$(1 - t^2) D^2 y(t) - 2t D y(t) + \left(\nu^2 + \nu - \frac{\mu^2}{1 - t^2}\right) y(t) = 0; \quad (73)$$

уравнение Матье:

$$D^2 y(t) + (\alpha - 2q \cos 2t)y(t) = 0; \quad (74)$$

уравнение Лагерра:

$$tD^2 y(t) + (\alpha + 1 - t)Dy(t) + \mu y(t) = 0; \quad (75)$$

уравнение Эрмита:

$$D^2 y(t) - t Dy(t) + \nu y(t) = 0; \quad (76)$$

уравнение Ламе:

$$D^2 y(t) + (a \operatorname{sh} t + b)y(t) = 0; \quad (77)$$

уравнение Кельвина:

$$D^2 y(t) + \frac{1}{t} Dy(t) - ik^2 y(t) = 0 \quad (78)$$

и другие, где $n, \nu, \mu, \alpha, q, a, b, k, i$ – некоторые константы. Указанные уравнения (71)–(78) по имени учёных, сумевших успешно, если угодно угадать, базисные функции собственных решений в виде соответственно полиномов Чебышева, функций Бесселя, полиномов Лежандра, функций Матье, полиномов Лагерра, полиномов Эрмита и т.д.

Для ЛДУ с ПК, как и для уравнений (71)–(78), нет необходимости угадывать форму собственных решений, так как это уже детально изученные классы уравнений. Так собственное решение частного вида для ЛДУ с ПК ищется в форме

$$y_c(t) = Ce^{\lambda t}, \quad (79)$$

где C и λ в общем случае комплекснозначные константы. В самом деле, если (79) одно из решений уравнения (68), то оно по крайней мере должно приводить к тождеству уравнение без правой части (68), т.е.

$$a_n D^n Ce^{\lambda t} + \dots + a_2 D^2 Ce^{\lambda t} + a_1 D Ce^{\lambda t} + a_0 Ce^{\lambda t} = 0. \quad (80)$$

Так как

$$D^n Ce^{\lambda t} \equiv \lambda^n Ce^{\lambda t}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (81)$$

то, подставляя (81) в (80), получаем алгебраическое уравнение вида

$$a_n \lambda^n + \dots + a_2 \lambda^2 + a_0 = 0. \quad (82)$$

Следовательно, чтобы предлагаемое, хотя и частое, решение (79) было решением, параметр λ должен быть корнем уравнения (82). Изучение уравнения приводит к тому, что таких корней оказывается n :

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n \quad (83)$$

по степени этого алгебраического уравнения (82).

Таким образом, на основе изложенного имеем не одно, а n – частных решений и логично предположить, что они по тем же соображениям входят в общее свободное решение аддитивно:

$$y_c(t; C_1, \dots, C_n) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + \dots + C_n e^{\lambda_n t}. \quad (84)$$

Так устанавливалась форма собственного решения ЛДУ с ПК типа (56) и она оказалась верной для случаев некратных (попарно различных) корней (83) уравнения (82). В случаях кратных корней форма решения (84), например, устанавливается в [21].

Имея в виду, что решения алгебраического уравнения (82), сопровождающего ЛДУ с ПК (56), полностью характеризуют свободные решения (84), его называли (см. [21]) характеристическим уравнением или характеристическим полиномом, а сами корни часто называют характеристическими числами.

Располагая формой собственных (84) и вынужденных (табл. 1) решений совсем нетрудно определить произвольные постоянные C_1, \dots, C_n . Это следует прямо из системы линейных алгебраических уравнений вида

$$\begin{aligned} C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n + y_s(0) &= y(0), \\ \lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 + \lambda_3 C_3 + \dots + \lambda_n C_n + y_s^{(1)}(0) &= y^{(1)}(0), \\ \lambda_1^2 C_1 + \lambda_2^2 C_2 + \lambda_3^2 C_3 + \dots + \lambda_n^2 C_n + y_s^{(2)}(0) &= y^{(2)}(0) \\ &\dots \dots \dots \\ \lambda_1^{n-1} C_1 + \lambda_2^{n-1} C_2 + \lambda_3^{n-1} C_3 + \dots + \lambda_n^{n-1} C_n + y_s^{(n-1)}(0) &= y^{(n-1)}(0), \end{aligned} \quad (85)$$

получающихся из условия приравнивания общего решения $y(t; C_1, \dots, C_n)$ и его $(n-1)$ – производных соответствующим начальным данным при $t=t_0=0$:

$$y(0) = y(t)|_{t=0}, y^{(v)}(0) = d^v y(t)/dt^v |_{t=0}, v = 1, 2, 3, \dots, n-1. \quad (86)$$

Если определитель (детерминант Вандермонда)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \dots & \lambda_n \\ \lambda_1^2 & \lambda_2^2 & \lambda_3^2 & \dots & \lambda_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_1^{n-1} & \lambda_2^{n-1} & \lambda_3^{n-1} & \dots & \lambda_n^{n-1} \end{vmatrix} \quad (87)$$

системы уравнений (85) отличен от нуля, то по известному из алгебры правилу Крамера однозначно определяются C_1, \dots, C_n из (85) и этим заканчивается отыскание общего решения уравнения (56) с начальными данными (86).

В заключение ещё раз подчеркнём, что ценность представляет не только и не столько численное определение решений ЛДУ с ПК, сколько совокупность фундаментальных понятий, сопровождающих бегло рассмотренный алгоритм.

1.7. Структурная и математические модели однофазного трансформатора.

Существующая линейная схема замещения однофазного трансформатора укоренилась в электроэнергетике и является эффективной, но требует повышенной корректности и квалификации при её использовании, особенно в нестандартных схемах и режимах эксплуатации. Неуверенность в контроле за процессами возрастает при использовании трансформаторов не в качестве стандартного преобразователя напряжения или токов, а в качестве трансформаторов емкости, индуктивности, активного сопротивления и их комбинаций, а также передачи разного рода нелинейных или нестационарных процессов из низковольтной обмотки в высоковольтную. Развиваемый в настоящей главе

структурно-операторный метод моделирования позволяет избежать указанных затруднений и оказывается в равной мере простым как для линейных, так и для нелинейных режимов работы трансформатора.

Пользуясь изложенным методом описания (разделы 1.1–1.5), построим структурную модель однофазного трансформатора, условно изображённого на рис. 1.18 а. Напряжение $U_1(t)$, подводимое к первичной обмотке трансформатора, распределяется, во-первых, на компенсацию ЭДС самоиндукции, наводимую в первичной обмотке с числом витков w_1 от общего магнитного потока $\Phi(t)$, т.е.

$$U_{L1}(t) = w_1 \frac{d\Phi(t)}{dt} = w_1 \Phi(t),$$

и во-вторых, на компенсацию в виде U_{P1} – ЭДС самоиндукции, наводимую на эквивалентной индуктивности L_{P1} рассеяния, так что на активном сопротивлении R_1 выделится напряжение

$$U_{R1}(t) = U_1(t) - U_{L1}(t) - U_{P1}(t),$$

т.е. та часть напряжения $U_1(t)$, которая является причиной образования тока

$$I_{R1}(t) = I_1(t) = R_1^{-1} U_{R1}(t)$$

через сопротивление R_1 первичной обмотки w_1 , порождающего исходную МДС $F_1(t) = w_1 I_1(t)$, а также $U_{P1}(t) = L_{P1} D I_1(t)$. МДС $F_1(t)$ в сочетании с МДС $F_2(t) = w_2 I_2(t)$, обуславливаемой током $I_2(t)$ вторичной обмотки w_2 и с МДС $F_\sigma(t) = -R_\sigma^{-1} w_\sigma^{-1} D \Phi(t)$ возникающей от вихревых токов в магнитопроводе (с магнитной проницаемостью μ (H), поперечным сечением S и длиной l средней линии), где w_σ и R_σ – число витков и активное сопротивление эквивалентного контура, учитывающего потери в стали. Указанные МДС формируют результирующую намагничивающую МДС

$$F(t) = F_1(t) + F_2(t) + F_\sigma(t)$$

в соответствии с законом полного тока для электромагнитной цепи (см. рис. 1.18).



Полученная таким образом МДС $F(t)$ является причиной образования напряжённости (см. рис. 1.18 в)

$$H(t) = l^{-1} F(t)$$

которая, в свою очередь, порождает индукцию

$$B(t) = \mathcal{f}[H(t)] = \mu[H(t)]H(t)$$

сердечника, и, умножаясь на S , общий магнитный поток $\Phi(t)$, равный

$$\Phi(t) = SB(t) = S[\Gamma^{-1}(F_1(t) + F_2(t) - F_d(t))] = S\mathcal{f}[F(t)\Gamma^{-1}].$$

Магнитный поток $\Phi(t)$, пронизывающий w_2 вторичной обмотки, индуцирует в ней ЭДС

$$e_2(t) = -w_2 D\Phi(t).$$

Таким образом, наведенная ЭДС $e_2(t)$ с одной стороны, расходуется на компенсацию ЭДС, наводимой на эквивалентной индуктивности L_{P2} рассеяния вторичной обмотки w_2 , т.е.

$$U_{P2}(t) = L_{P2} DI_2(t);$$

с другой стороны, на падение напряжения

$$U_{R2}(t) = R_2 I_2(t)$$

на активном сопротивлении R_2 вторичной обмотки трансформатора. Оставшаяся часть $U_2(t) = U_H(t)$ напряжения $e_2(t)$, являясь следствием воздействующих напряжений $e_2(t)$, $U_{P2}(t)$, $U_{R2}(t)$, приобретает следующий вид

$$U_2(t) = U_H(t) = e_2(t) - U_{P2}(t) - U_{R2}(t).$$

На структурной модели (рис. 1.18 б) это учитывается элементом вычитания, так как координаты, подходящие к элементу перпендикулярно изображённой на нём черточке, берутся со знаком минус.

Напряжение $U_H(t)$, приходящееся на нагрузку, обеспечивает ток $I_H(t)$ через неё, связь тока с напряжением, в общем случае, может быть охарактеризована оператором $W_H(D)$:

$$I_H(t) = I_2(t) = W_H(D)U_H(t) = W_H(D)U_2(t), \quad (88)$$

отражающим разнообразные виды нагрузок. Описанная картина причинно-следственных связей в однофазном трансформаторе с двумя обмотками представлена на рис. 1.18 б и её фрагмент на рис.1.18 в. Математическая модель трансформатора при этом просто списывается с его структурной модели (рис. 1.18 б):

$$\begin{aligned} U_2(t) &= e_2(t) - U_{R2}(t) - U_{P2}(t), \\ e_2(t) &= -w_2 D \Phi(t), \quad \Phi(t) = S f[\Gamma^{-1} F(t)], \\ F(t) &= F_1(t) + F_2(t) - F_a(t), \\ F_1(t) &= w_1 \frac{1}{R_1 + L_{p1} D} [U_1(t) - w_1 D \Phi(t)], \\ F_2(t) &= w_2 W_H(D) U_2(t), \quad F_a(t) = R_a^{-1} w_a^2 D \Phi(t). \end{aligned} \quad (89)$$

Причём передаточная функция нагрузки $W_H(D)$ может уточняться в процессе конкретного исследования. Если необходимо развернуть математическое описание (89) относительно координат индукции $B(t)$ и напряженности $H(t)$ магнитопровода, то в модели (89), согласно схемы на рис. 1.18 в, следует положить

$$F(t) = I H(t), \quad \Phi(t) = S B(t) \quad (90)$$

и переписать ещё раз:

$$\begin{aligned} U_2(t) &= e_2(t) - U_{R2}(t) - U_{P2}(t), \\ e_2(t) &= -w_2 S D B(t), \quad B(t) = f[H(t)], \\ H(t) &= \Gamma^{-1} [F_1(t) + F_2(t) - F_a(t)], \\ (L_{p1} D + R_1) F_1(t) &= w_1 U_1(t) - w_1^2 S D B(t), \\ F_1(t) &= w_2 W_H(D) U_2(t), \quad F_a(t) = R_a^{-1} w_a^2 S D B(t). \end{aligned} \quad (91)$$

Если же предположить трансформатор линейным, т.е.

$$\mu [H(t)] = \mu = \text{const},$$

то характеристика $f(H)$ магнитопровода принимает вид:

$$B(t) = \mu H(t)$$

и методом структурных преобразований можно получить передаточную функцию $W_{TP}(D)$ трансформатора от входа $U_1(t)$ к выходу $U_2(t)$:

$$\begin{aligned} U_2(t) &= W_{TP}(D)U_1(t), \\ W_{TP}(D) &= R_{TP}(D) Q_{TP}^{-1}(D), \end{aligned} \quad (93)$$

где

$$\begin{aligned} R_{TP}(D) &= K_{TP}TD, \\ Q_{TP}(D) &= N_1(D)N_2(D) + TD + R_2W_H(D)[N_1(D)N_2(D)N_3(D) + \\ &\quad + TD(K^2\alpha N_1(D) + N_2(D))], \\ N_\nu(D) &= 1 + T_\nu D, \quad \nu = 1, 2, 3, \quad K_{TP} = w_2 w_1^{-1}, \quad \alpha = R_1 R_2^{-1}, \\ T_n &= L_{pn} R_n^{-1}, \quad n = 1, 2, \quad T_3 = L_3 R_3^{-1}, \quad T = LR_1^{-1}, \\ L &= w_1^2 \mu S l^{-1}, \quad L_3 = w_3^2 \mu S l^{-1}, \quad h = 1 + \alpha K \frac{2}{l^2}. \end{aligned} \quad (94)$$

При отсутствии потерь в стали ($R_3 \rightarrow \infty$, $T_3 \rightarrow 0$) и отсутствии в обмотках рассеяния электромагнитной энергии ($L_{pn} \rightarrow 0$, $n=1,2$) передаточная функция трансформатора упрощается и приобретает вид

$$U_2(t) = \frac{K_{TP}D}{1 + TD + (1 + hTD)R_2W_H(D)}U_1(t) \quad (95)$$

Поскольку постоянная T трансформатора в (95) принимает большие значения, то в некоторых задачах, например, при оценке передающих свойств трансформатора вблизи промышленной частоты ω можно использовать этот факт для упрощения ПФ (95). Разделив числитель и знаменатель ПФ на T видим, что

$$W_{TP}(D) = \frac{K_{TP}D}{1/T + D + (1/T + hD)R_2W_H(D)}. \quad (96)$$

Пренебрегая в (96) величиной $1/T \rightarrow 0$, имеем

$$W_{TP}(D) = \frac{K_{TP} D}{[1 + h R_2 W_2(D)] D} = \frac{K_{TP}}{1 + h R_2 W_H(D)},$$

а так как $h = 1 + R_1 R_2^{-1} K_{TP}^2 n$, то

$$W_{TP}(D) = \frac{K_{TP}}{1 + (R_2 + R_1 K_{TP}^2) W_H(D)}. \quad (97)$$

При активной нагрузке трансформатора

$$W_H(D) = \frac{1}{R_H} \quad (98)$$

и его ПФ (97) приобретает наиболее простой вид

$$W_{TP}(D) = \frac{K_{TP}}{1 + (R_2 + R_1 K_{TP}^2) R_H^{-1}} = \text{const.} \quad (99)$$

При емкостной нагрузке трансформатора

$$W_H(D) = C_H D \quad (100)$$

и ПФ (97) равна

$$W_{TP}(D) = \frac{K_{TP}}{1 + (R_2 + R_1 K_{TP}^2) C_H D}. \quad (101)$$

При индуктивной нагрузке трансформатора

$$W_H(D) = \frac{1}{L_H D} \quad (102)$$

и ПФ (97) равна

$$W_{TP}(D) = \frac{K_{TP} L_H D}{L_H D + R_2 + R_1 K_{TP}^2}. \quad (103)$$

Если же параметры рассеяния L_{pn} , $n = 1, 2$ трансформатора оказываются существенными, то во всех ПФ (97), (99), (101), (103) следует просто произвести замену R_1 и R_2 на $R_1(D)$ и $R_2(D)$, где

$$R_v \rightarrow R_v(D), \quad R_v(D) = L_{pv}D + R_v, \quad v = 1, 2. \quad (104)$$

С учётом сказанного ПФ (97), (99), (101), (103) принимают соответственно следующий вид:

$$W_{TP}(D) = \frac{K_{TP}}{1 + [(L_{p2} + K_{TP}^2 L_{p1})D + R_2 + K_{TP}^2 R_1] W_H(D)}; \quad (97)^\circ$$

$$W_{TP}(D) = \frac{K_{TP}^*}{T_{TP}D + 1}, \quad (99)^\circ$$

где

$$K_{TP}^* = K_{TP} [I + (R_2 + K_{T_-}^2 R_1) R_H^{-1}]^{-1},$$

$$T_{TP} = (L_{p2} + K_{T_-}^2 L_{p1}) R_H^{-1};$$

$$W_{TP}(D) = \frac{K_{TP}}{L_p C_H D^2 + R C_H D + 1}, \quad (101)^\circ$$

где $L_p = L_{p2} + K_{T_-}^2 L_{p1}$, $R = R_2 + K_{T_-}^2 R_1$;

$$W_{TP}(D) = \frac{K_{TP} T_H D}{T_{HP} D + 1}, \quad (103)^\circ$$

где

$$T_H = L_H R^{-1}, \quad T_{HP} = (L_H + L_p) R^{-1},$$

а L_p и R имеют тот же смысл, что и в (101)^o.

Таким образом, структурное моделирование передающих свойств трансформатора существенно зависит от вида нагрузки (98),(100), (102), а также от параметров (94) трансформатора.

В каждом конкретном случае при разработке и исследовании устройств приходится интересоваться всеми ими и на основе учёта существенных из них строить по возможности простую и содержательную математическую модель. Структурно-операторный способ изучения процессов в этом смысле является наиболее экономичным и надёжным и прежде всего потому, что время, затрачиваемое на построение структурной и математической моделей, оказывается меньшим времени на поиск где-то изложенных готовых описаний.

Полученная структурно-операторная модель однофазного трансформатора (рис.1.18) и соответствующие различным ситуациям математические соотношения (89) – (103)^о позволяют проанализировать последствия подключения к трёхфазной сети как однофазных, так и трёхфазных (по одному в каждую фазу) нагрузок со стороны, как правило, низковольтной, вторичной обмотки трансформатора.

Задача ручного или автоматического симметрирования емкостей фаз воздушной сети, например, может быть, решена подключением низковольтных конденсаторов во вторичные обмотки, вообще говоря, двух однофазных трансформаторов в две фазы сети так, что величинами двух конденсаторов в них возможно уравнивать емкости фаз сети относительно земли.

Для длительного удержания на повреждённой фазе минимальных напряжений требуется подведение к трёхфазной компенсированной сети [15-18,30] стороннего регулируемого по амплитуде источника напряжения, сфазированного с ЭДС повреждённой фазы. Этого можно достичь подключением однофазного трансформатора к трехфазной сети с регулируемой индуктивностью в его вторичной обмотке. Причём, если пользоваться структурой модели на рис. 1.18, то все виды нелинейных преобразований индуктивности во вторичной обмотке могут быть корректно учтены автоматически: достаточно в нужном месте схемы расположить эти нелинейные и нестационарные элементы и списывать математическую модель со структурной модели (рис. 1.18). Путём структурных преобразований при необходимости можно заменить трехфазную модель сети однофазной в виде КНПС с ясно выраженными

ми ограничениями на её использование в практических задачах.

ГЛАВА 2

ВАЖНЕЙШИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

Из главы 1 следует, что электрические цепи в структурной интерпретации не отличаются от обычных [23,30] систем автоматического управления (САУ). Поэтому все основные характеристики САУ очевидно имеют место и для электрических цепей. Такими характеристиками являются импульсная переходная функция, ступенчатая переходная функция и частотная функция, или частотная характеристика.

2.1. Импульсная переходная функция и дельта-функция.

Одной из важнейших характеристик любого линейного звена или системы является так называемая импульсная переходная функция (ИПФ).

Определение 2.1. Реакция или отклик предварительно невозбуждённой линейной системы на входной сигнал типа δ -функция (дельта-функция) называется импульсной переходной функцией.

Это означает, что на вход системы, находящейся в состоянии покоя в момент $t = t_0 = 0$ прикладывается воздействие в форме δ -функции. Происходит в полном смысле ударное возбуждение системы и вызванный ударом переходный процесс принимается в качестве характеристики ИПФ системы, которой в частности может быть и электрическая цепь. Обычно её обозначают в ТАУ символом $w(t, t_0)$, как бы оттеняя глубинную связь ИПФ с передаточной функцией $W(D)$ системы. На языке дифференциальных уравнений ИПФ это общее решение $y(t) = y(t, t_0) = w(t, t_0)$ уравнения (1.56) при нулевых начальных условиях:

$$y(t) \big|_{t=t_0} = 0, \quad d^{\nu} y(t) / dt^{\nu} \big|_{t=t_0} = 0, \quad \nu = 1, 2, 3, \dots, n-1, \quad (1)$$

когда в правой части (1.56) вместо $x(t)$ поставлена δ -функция.

Дадим определения дельтаобразного импульса и δ -функции в силу их практической и теоретической важности.

Определение 2.2. Дельтаобразным импульсом называется такая функция $\Delta(t, \lambda)$ двух независимых аргументов $t \in (-\infty; \infty)$ и $\lambda \in A$, которая

обладает: 1) чётностью относительно аргумента $t \in (-\infty; \infty)$ при фиксированном λ ; 2) дифференцируемостью по аргументу $t \in (-\infty; \infty)$; и 3) единичной площадью

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Delta(t, \lambda) dt = 1.$$

Определение 2.3. Предел дельтаобразной последовательности импульсов $\Delta(t, \lambda) = \Delta_\lambda(t)$ по параметру $\lambda \rightarrow \infty$ называется δ -функцией:

$$\delta(t) = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \Delta_\lambda(t) = (\infty \text{ при } t = 0; 0 \text{ при } t \neq 0) \quad (2)$$

Очевидно, площадь δ -функции также равна единице

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1. \quad (3)$$

Из (2) следует, что δ -функция не удовлетворяет обычному определению функции (см. разд. 1.5.1) и занимает поэтому особое место в математике и в прикладных науках.

Примером δ -образных импульсов является, например, функция вида

$$\Delta_\lambda(t) = \frac{\lambda}{\pi(\lambda^2 t^2 + 1)}, \quad t \in (-\infty, \infty), \lambda \in [1, \infty). \quad (4)$$

Действительно, зависимость (4) чётна по аргументу t , дифференцируема, стремится к ∞ при $\lambda \rightarrow \infty$:

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \frac{\lambda}{\pi(\lambda^2 t^2 + 1)} = (\infty \text{ при } t = 0, \text{ при } t \neq 0),$$

а площадь каждого импульса (4) равна единице

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda}{\pi(\lambda^2 t^2 + 1)} dt = 1 \quad \text{при любом } \lambda \in \mathbb{A}.$$

Для наглядности можно сконструировать чисто графически δ -образную последовательность импульсов (см. рис. 2.1). Прямоугольники с основанием $1/\lambda$, высотой λ и симметрично сглаженными углами так,

что площадь $\Delta_\lambda(t)$ (как произведение основания на высоту) равна единице; амплитуда $\Delta_\lambda(t)$ стремится к ∞ при $\lambda \rightarrow \infty$ в точке $t = 0$, а при $t \neq 0$ и $\lambda \rightarrow \infty$ значение $\Delta_\lambda(t) = 0$ для всех $t \in (-\infty, \infty)$, кроме $t = 0$. На практике имеют место именно δ -образные импульсы. Обычно это весьма короткие мощные импульсы большой амплитуды, приводящие к тем реакциям системы, которые в математических описаниях процессов вызываются δ -функциями. В электроснабжении роль δ -образного импульса играет ток однократного пробоя изоляции сети, а его формализация (математическая модель), имеет вид

$$I_0(t) = I_m^0 \delta(t - t_0) \quad (5)$$

где

$t = t_0$ – момент пробоя.

Дельтаобразных последовательностей импульсов может быть бесчисленное множество, в то время как их предел один: δ -функция. Физически δ -функция выглядит как мгновенный удар, производная от неё по t как двойной удар с разных сторон и т.д. Любой сигнал можно представить формулой:

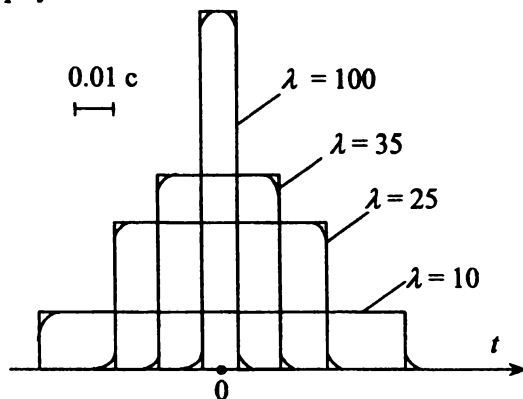


Рис. 2.1. Пример последовательности дельтаобразных импульсов, стремящихся к δ -функции при $\lambda \rightarrow \infty$.

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau.$$

Действительно, так как $\delta(t - \tau)$ при $t - \tau = 0$ равна ∞ , и следовательно, при $t \neq \tau$ равна 0, то

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau = \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau \bigg|_{\varepsilon \rightarrow 0} = f(t).$$

Без доказательства, которое содержится, например, в [22, 23] решение любого линейного дифференциального уравнения типа (1.56) также выражается интегральной формулой, которую именуют интегралом Дюамеля или чаще всего интегралом свёртки [22, 23] вида

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} w(t - \tau) x(\tau) d\tau, \quad (6)$$

где $x(t)$ вход системы (1.56), $y(t)$ её выход, а $w(t)$ – импульсная переходная (иногда её называют весовой) функция той же системы. Если учесть, что ИПФ легко снимается экспериментально, то можно оценить значение интеграла свёртки (6) в прикладных исследованиях: проще интегрировать один раз, чем n -раз при стандартном отыскании решения $y(t)$ уравнения (1.56).

2.2. Реакция электрической системы на единичный скачок.

В технике автоматического управления [23] имеется также ещё одна временная характеристика системы, описываемой ЛДУ с ПК, так называемая переходная функция, обычно [22, 23] обозначаемая буквой $h(t - t_0)$, $t \in [t_0, \infty)$.

Определение 2.4. Реакция (отклик) $y(t) = h(t - t_0)$ предварительно невозбуждённой системы (1.56) на входное воздействие типа единичный скачок $1(t)$, равный

$$1(t - t_0) = (1 \text{ при } t \geq t_0, 0 \text{ при } t < t_0), \quad (7)$$

называется переходной функцией (или переходной характеристикой) системы. Ступенчатое воздействие $1(t - t_0)$ изображено на рис. 2.2.

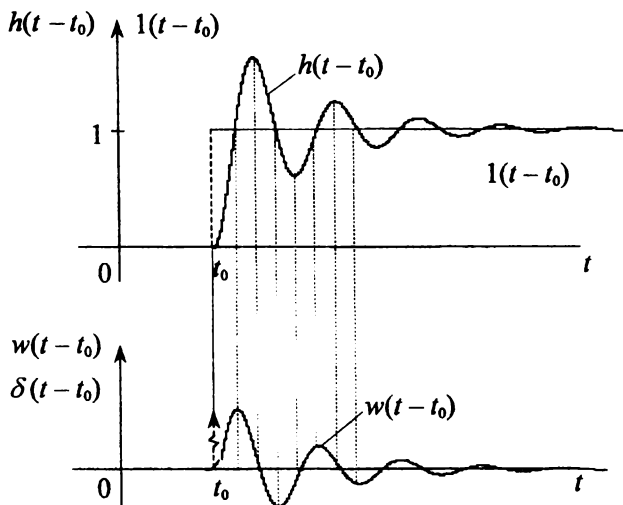


Рис. 2.2. Графическое изображение единичного скачка $1(t - t_0)$, δ -функции, переходной функции и импульсной переходной функции.

Требование (1) предварительной невозбуждённости системы, как и выше, необходимо для того, чтобы ненулевые начальные условия (1) не искажали характерных особенностей того или иного звена. Необходимо, чтобы функции времени $w(t)$, $h(t)$ были не просто решениями системы (1.56), а были именно теми их характеристиками, по которым можно сравнивать поведение одной системы с поведением другой.

Интересно отметить, что для расчёта $w(t)$, часто проще найти $h(t)$, а затем взять производную от $h(t)$ по времени:

$$w(t) = Dh(t), \quad t \in [0, \infty), \quad D = d/dt. \quad (8)$$

Объясняется это тем, что производная от $1(t)$ по времени равна $\delta(t)$ (см. рис. 2.2). Поэтому, записывая ЛДУ с ПК (1.55) для случая $x(t) = 1(t)$ и, следовательно, $y(t) = h(t)$ по определению 2.4 в виде

$$\sum_{k=0}^n a_k D^k h(t) = \sum_{k=0}^m b_k D^k 1(t), \quad (9)$$

и, воздействуя на левую и правую части (9) оператором дифференцирования D , имеем

$$\sum_{k=0}^n a_k D^k [Dh(t)] = \sum_{k=0}^m b_k D^k [D1(t)] \quad (10)$$

Откуда с очевидностью и по определению 2.1 ИПФ следует уравнение

$$\sum_{k=0}^n a_k D^k w(t) = \sum_{k=0}^m b_k D^k \delta(t) \quad (11)$$

и утверждение (8).

Руководствуясь сказанным нетрудно получить парные соотношения:

$$D1(t) = \frac{d1(t)}{dt} = \delta(t), \quad 1(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = \frac{1}{D} \delta(t),$$

$$Dh(t) = \frac{dh(t)}{dt} = w(t), \quad h(t) = \int_{-\infty}^t w(\tau) d\tau = \frac{1}{D} w(t),$$

позволяющие глубже понять природу введённых характеристик электрической цепи и при случае подменить одну задачу другой, более простой в расчётном отношении.

Ступенчатая переходная функция $h(t)$ полезна также в автоматических следящих системах [23]. Поскольку трудно охватить всё многообразие воздействующих на них реальных сигналов, условились при проектировании испытывать систему при помощи типовых воздействий стандартного вида. Если их отработка происходит с заданными требованиями, то делается вывод, что разрабатываемая система успешно справится и с реальными воздействиями, заведомо более лёгкими, чем испытательные. Среди испытательных сигналов чаще всего встречается переходная функция $h(t)$ (рис. 2.3).

На рис. 2.3 показаны основные характеристики переходного процесса, к числу которых относятся: 1) время регулирования T_p , отражающее общую длительность переходного процесса $h(t)$; 2) пере-



Рис. 2.3. К определению параметров процесса регулирования по ступенчатой переходной функции.

(на рис. 2.3 $h_{\max} = h_1$); 3) колебательность, оцениваемая числом n перерегулирований (экстремумов) около установившегося значения $h(\infty)$ за время T_p ; 4) затухание

$$\varkappa_i = \frac{|h_i - h(\infty)|}{|h_{i-1} - h(\infty)|}, \quad i = 1, 2, 3, \dots,$$

равное отношению двух смежных выбросов $h(t)$ вверх (вниз и вверх) от значения $h(\infty)$; 5) время T_1 первого достижения регулируемой координатой $y(t) = h(t)$ её конечного значения $h(\infty)$ и т.п. Для оценки T_p задаются зоной (полосой вдоль значения $h(\infty)$) 2ε допустимого отклонения от установившегося значения $h(\infty)$. Момент попадания кривой $h(t)$ в эту зону, начиная с которого кривая уже не покидает её, определяет практически величину T_p . Подобная численная характеристика $T_p = T_1$ является исчерпывающей для аperiodических, монотонных $h(t)$ (см. пунктир на рис. 2.3). Обычно $\varepsilon = 0.05 h(t)$, σ лежит в пределах $0.2 \div 0.25$, т.е. $20 \div 25\%$, $n \leq 3$. Чем меньше T_1 , T_p , σ , n и чем больше \varkappa_i , тем выше качество процессов управления в следящей системе и вообще в системе автоматического управления [23].

2.3. Частотная характеристика электрической цепи.

Пусть процессы в электрической цепи отображаются некоторой структурной моделью с математическим описанием (1.55), (1.56), т.е. в форме скалярного уравнения n -го порядка с входом $x(t)$ и выходом $y(t)$. Задача состоит в том, чтобы по известному ЛДУ с ПК определить частотную характеристику (ЧХ) модели звена или системы; 2) по неизвестному математическому описанию ЛДУ с ПК получить информацию о частотной характеристике системы. Поэтому существуют аналитический (расчётный) и экспериментальный способы определения ЧХ.

2.3.1. Аналитический способ определения ЧХ. Прежде всего дадим определение ЧХ.

Определение 2.5. Частотной характеристикой (ЧХ) системы называется отношение сигнала выхода $y(t)$ в форме установившейся реакции на входной сигнал $x(t)$ специального вида

$$x(t) = \exp i\omega t = \cos \omega t + i \sin \omega t \quad (14)$$

к самому входному сигналу (14) для всех различных частот ω от 0 до ∞ .

Так как уравнение (1.56) не содержит комплекснозначных коэффициентов, то форма вынужденного решения $y_e(t)$ согласно разд.1.6, будет комплекснозначной

$$y_e(t) = W(i\omega) \exp i\omega t, \quad W(i\omega) = \text{const}, \quad (15)$$

т.е. как реакция вещественной системы (1.56) на комплекснозначное входное воздействие (14). Потому, подставляя (14) и (15) в уравнение (1.56), получим ЛДУ с ПК

$$\sum_{\nu=0}^n a_{\nu} D^{\nu} [W(i\omega) e^{i\omega t}] = \sum_{k=0}^m b_k D^k (e^{i\omega t}) \quad (16)$$

для отыскания некоторой комплекснозначной константы $W(i\omega)$ на частоте $\omega \in [0, \infty]$.

Подставляя хорошо известные тождества

$$D^k e^{i\omega t} = (i\omega)^k e^{i\omega t}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, m;$$

$$D^{\nu}W(i\omega)e^{i\alpha\omega} \equiv (i\omega)^{\nu} W(i\omega)e^{i\alpha\omega}, \quad \nu = 0, 1, 2, \dots, n \quad (17)$$

в уравнение (16), замечаем, что оно преобразуется к алгебраическому уравнению

$$W(i\omega)e^{i\alpha\omega} \sum_{\nu=0}^n a_{\nu}(i\omega)^{\nu} = e^{i\alpha\omega} \sum_{k=0}^m b_k(i\omega)^k. \quad (18)$$

с одним неизвестным $W(i\omega)$. Искомая ЧХ системы (1.56) находится по определению 2.5, а именно:

$$\frac{W(i\omega)\exp i\alpha\omega}{\exp i\alpha\omega} = W(i\omega) = \sum_{k=0}^m b_k(i\omega)^k / \sum_{\nu=0}^n a_{\nu}(i\omega)^{\nu}$$

или в развёрнутом виде

$$W(i\omega) = \frac{R(i\omega)}{Q(i\omega)} = \frac{b_m(i\omega)^m + b_{m-1}(i\omega)^{m-1} + \dots + b_2(i\omega)^2 + b_1 i\omega + b_0}{a_n(i\omega)^n + a_{n-1}(i\omega)^{n-1} + \dots + a_2(i\omega)^2 + a_1 i\omega + a_0}. \quad (19)$$

Так как коэффициенты (1.56), как и (19), известны, то перебирая значения частоты ω от 0 до ∞ с некоторым шагом, нетрудно найти вещественную $\text{Re } W(i\omega)$ и мнимую $\text{Im } W(i\omega)$ части $W(i\omega)$, равную

$$W(i\omega) = \text{Re } W(i\omega) + i \text{Im } W(i\omega), \quad (20)$$

и построить годограф ЧХ в виде модуля $|W(i\omega)|$ и аргумента (фазы) $\arg W(i\omega) = \varphi(\omega)$, т.е.

$$W(i\omega) = |W(i\omega)| \exp i\varphi(\omega), \quad \omega \in [0, \infty], \quad (21)$$

где

$$|W(i\omega)|^2 = (\text{Re } W)^2 + (\text{Im } W)^2, \quad \varphi = \arctg(\text{Im } W / \text{Re } W),$$

$$W = W(i\omega). \quad (22)$$

Получить ЧХ формально можно пользуясь передаточной функцией

$$W(D) = R(D)/Q(D) \quad (23)$$

звена или системы, если вместо оператора дифференцирования D в (23) подставить $i\omega$, т.е.

$$\begin{aligned} R(D) = \sum_{k=0}^m b_k D^k &\rightarrow R(i\omega) = \sum_{k=0}^m b_k (i\omega)^k, \\ Q(D) = \sum_{v=0}^n a_v D^v &\rightarrow Q(i\omega) = \sum_{v=0}^n a_v (i\omega)^v. \end{aligned} \quad (24)$$

Тогда ПФ (23) перейдёт в ЧХ вида

$$W(i\omega) = R(i\omega)/Q(i\omega). \quad (25)$$

Причём $R(i\omega)$ и $Q(i\omega)$ имеют те выражения, тот же смысл, что и соотношения (19). Для сохранения стиля изложения можно дать ещё два понятия в форме определения 2.6.

Определение 2.6. Зависимости от вещественной переменной $\omega \in [0, \infty]$ модуля

$$\text{mod } W(i\omega) = |W(i\omega)| = A(\omega) \quad (26)$$

и аргумента

$$\arg W(i\omega) = \varphi(\omega) \quad (27)$$

частотной характеристики $W(i\omega)$ называются соответственно амплитудной частотной характеристикой (АЧХ) и фазовой частотной характеристикой (ФЧХ).

В этой связи годограф ЧХ (21) на комплексной плоскости называют амплитудно-фазовой характеристикой (АФХ), так как он полностью определяется через АЧХ (26) и ФЧХ (27) системы.

Введённые понятия АЧХ, ФЧХ и АФХ (АФЧХ) в ряде задач ТАУ [23] являются настолько существенными и полезными, что ими интересуются как для сложных САУ, так и для простых типовых

звеньев [23]. В последнем случае от частого употребления характеристик они, как правило, запоминаются наизусть.

Из соотношений (14),(15),(16),(21),(26),(27) уже угадывается связь АЧХ и ФЧХ с амплитудой $A = A(\omega)$ и фазой $\varphi = \varphi(\omega)$ вынужденных колебаний. Сделаем эту связь предельно однозначной.

Согласно определению 2.5, выражение (15) можно переписать с учётом (14), (21) так

$$\begin{aligned} y_{\theta}(t) &= W(i\omega)e^{i\omega t} = |W(i\omega)|e^{i[\omega t + \varphi(\omega)]} = \\ &= |W(i\omega)|\cos[\omega t + \varphi(\omega)] + i|W(i\omega)|\sin[\omega t + \varphi(\omega)] \end{aligned} \quad (28)$$

и получить, по сути дела, уравнения связи для вещественных и мнимых величин, фигурирующих в уравнении (16):

$$\begin{aligned} \sum_{\nu=0}^n a_{\nu} D^{\nu} \{ |W(i\omega)|\cos[\omega t + \varphi(\omega)] + i|W(i\omega)|\sin[\omega t + \varphi(\omega)] \} = \\ = \sum_{k=0}^m b_k D^k (\cos\omega t + i\sin\omega t). \end{aligned} \quad (29)$$

Из линейности уравнения (29) и вещественности коэффициентов левой и правой его частей следует, что вещественной части слева соответствует вещественная часть справа, то же и с мнимыми частями. Стало быть, судя по (29), если вход равен $x(t) = \cos\omega t$, то выход равен

$$y(t) = y_{\theta}(t) = |W(i\omega)|\cos[\omega t + \varphi(\omega)], \quad (30)$$

Поэтому располагая АЧХ (26) и ФЧХ (27) электрической цепи можно сразу записать выражение для искомых вынужденных колебаний (токов или напряжений). Ещё более тесная связь между АЧХ, ФЧХ и параметрами вынужденных колебаний устанавливается ниже (разд. 2.3.2).

2.3.2. Экспериментальный способ определения АЧХ и ФЧХ.

Для того, чтобы убедительно связать параметры вынужденных колебаний звена или системы с АЧХ и ФЧХ найдём ещё раз вынужденное решение $y_{\theta}(t)$, уравнения (1.56), когда на его вход поступает некоторое колебание с произвольной фазой α и произвольной амплитудой a :

$$x(t) = a \cos(\omega t + \alpha). \quad (31)$$

Согласно табл. 1.1, вынужденное решение тогда следует искать в форме

$$y_s(t) = A \cos(\omega t + \Phi). \quad (32)$$

Записывая (31) и (32) в комплексной форме

$$\begin{aligned} x(t) &= 2^{-1} a e^{i\alpha} e^{i\omega t} + 2^{-1} a e^{-i\alpha} e^{-i\omega t} = a_1 e^{i\omega t} + a_{-1} e^{-i\omega t}, \quad a_{\pm 1} = 2^{-1} a e^{\pm i\alpha} \\ y_s(t) &= 2^{-1} A e^{i\Phi} e^{i\omega t} + 2^{-1} A e^{-i\Phi} e^{-i\omega t} = A_1 e^{i\omega t} + A_{-1} e^{-i\omega t}, \quad A_{\pm 1} = 2^{-1} A e^{\pm i\Phi} \end{aligned} \quad (33)$$

и подставляя (33) в уравнение (1.56), получаем уравнения баланса для величин с $e^{i\omega t}$ и с $e^{-i\omega t}$:

$$Q(D)A_1 e^{i\omega t} = R(D)a_1 e^{i\omega t}, \quad (34)$$

$$Q(D)A_{-1} e^{-i\omega t} = R(D)a_{-1} e^{-i\omega t}. \quad (35)$$

Уравнение (34) с информационной точки зрения идентично (35), поэтому займёмся уравнением (34). С учётом известных тождеств:

$$Q(D)A_1 e^{i\omega t} = e^{i\omega t} A_1 Q(i\omega), \quad R(D)a_1 e^{i\omega t} = e^{i\omega t} a_1 R(i\omega),$$

уравнение (34) преобразуется к виду

$$A_1 Q(i\omega) = a_1 R(i\omega) \quad \text{или} \quad A_1 = a_1 W(i\omega), \quad W(i\omega) = \frac{R(i\omega)}{Q(i\omega)};$$

или, раскрывая a_1 и A_1 из (33), к виду

$$A e^{i\Phi} = W(i\omega) a e^{i\alpha};$$

или, используя выражение (21), к виду

$$A e^{i\Phi} = |W(i\omega)| a e^{i[\alpha + \varphi(\omega)]}. \quad (36)$$

Из полученного алгебраического уравнения (36) однозначно устанавливается, что

$$A = a|W(i\omega)|, \quad \Phi = \alpha + \varphi(\omega). \quad (37)$$

Возвращаясь к началу задачи видим, что с учётом (37) выражение (32) приводится к виду

$$y_s(t) = a|W(i\omega)|\cos[\omega t + \varphi(\omega) + \alpha], \quad (38)$$

когда на вход $x(t)$ системы поступает сигнал (31). Располагая теперь входом (31), выходом (32) и полученной формулой (38) связи величин A , Φ , с a , α и АЧХ, ФЧХ, легко прийти к следующему заключению. Для нахождения АЧХ из эксперимента (см.рис. 2.4), достаточно измерить вольтметром или амперметром амплитуды наблюдаемых колебаний на выходе и входе звена и разделить одно измерение $A = A(\omega)$ на другое a :

$$A/a = A(\omega)/a = |W(i\omega)|, \quad \omega \in [0, \infty].$$

Затем фазометром измерить фазовый сдвиг между колебанием на входе и колебанием на выходе звена, который как следует из (31) и (37) совпадает с ФЧХ: $\varphi(\omega) = \arg W(i\omega) = \Phi - \alpha = \Phi(\omega) - \alpha$, $\omega \in [0, \infty]$.

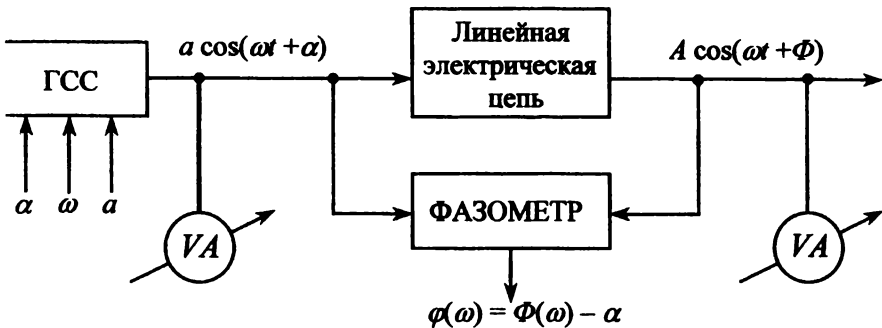


Рис. 2.4. Схема измерения АЧХ и ФЧХ звена в виде электрической цепи. ГСС – генератор стандартных сигналов гармонической формы с перестраиваемой частотой.

Таким образом, помимо чёткой связи параметров вынужденных колебаний с АЧХ и ФЧХ, можно оценить полосу пропускания частот и частоту среза $\omega_{\text{ср}}$ звена или системы. Под частотой среза понимают такую граничную частоту, за пределами которой гармоническое колебание с входа не проходит на её выход, т.е. его амплитуда на выходе становится ниже порога шумов, всегда имеющих в реальной системе.

2.4. Основные характеристики стандартных звеньев.

Из разделов 2.1–2.3 следует, что к основным характеристикам электрических цепей относятся: передаточная функция $W(D)$, переходная функция $h(t)$, импульсная переходная функция (ИПФ) $w(t)$, частотная характеристика $W(i\omega)$, АЧХ и ФЧХ в виде $|W(i\omega)| = A(\omega)$ и $\arg W(i\omega) = \varphi(\omega)$, годограф ЧХ.

К стандартным же звеньям принадлежат прежде всего такие элементарные звенья как безынерционное звено, идеальное дифференцирующее звено (дифференциатор), интегрирующее звено (интегратор) с передаточными функциями $W(D)$, соответственно равными

$$K, TD, (TD)^{-1}, \quad (39)$$

где T – константа, имеющая размерность постоянной времени, с; а также различные комбинации элементарных звеньев (39), получивших статус типовых звеньев: форсирующее звено 1-го порядка, форсирующее звено 2-го порядка, инерционное звено, колебательное звено и т.п. с передаточными функциями $W(D)$, соответственно равными:

$$1 + TD, \quad 1 + 2\xi TD + T^2 D^2, \quad K(TD + 1)^{-1}, \quad (40) \\ K(T^2 D^2 + 2\xi TD + 1)^{-1}.$$

Поскольку техника получения указанных основных характеристик детально изложена в разделах 2.1–2.3, приведем их без дополнительного вывода, но сопровождая изображением некоторых из них на рисунках.

2.4.1. Безынерционное звено (усилитель):

$$W(D) = K, \quad w(t) = K\delta(t), \quad h(t) = K1(t), \quad W(i\omega) = K, \quad (41)$$

$$|W(i\omega)| = A(\omega) = K, \quad \varphi(\omega) = \arg W(i\omega) = 0, \quad \omega \in [0, \infty],$$

годограф ЧХ – это точка на вещественной полуоси комплексной плоскости на расстоянии K от начала координат (см. рис. 2.5 а).

2.4.2. Дифференцирующее звено (дифференциатор):

$$W(D) = TD, \quad w(t) = T D \delta(t), \quad h(t) = T \delta(t), \quad W(i\omega) = i\omega T, \\ A(\omega) = \omega T, \quad \varphi(\omega) = \arg i\omega T = \pi/2, \quad (42)$$

годограф ЧХ изображён на рис. 2.5 б.

2.4.3. Интегрирующее звено (интегратор):

$$W(D) = \frac{1}{TD}, \quad \omega(t) = \frac{1}{T} 1(t), \quad h(t) = \frac{1}{T} 1(t), \quad W(i\omega) = \frac{1}{i\omega T}; \quad (43) \\ A(\omega) = \frac{1}{\omega T}, \quad \varphi(\omega) = -\pi/2, \quad \text{годограф ЧХ изображен на рис. 2.5 в.}$$

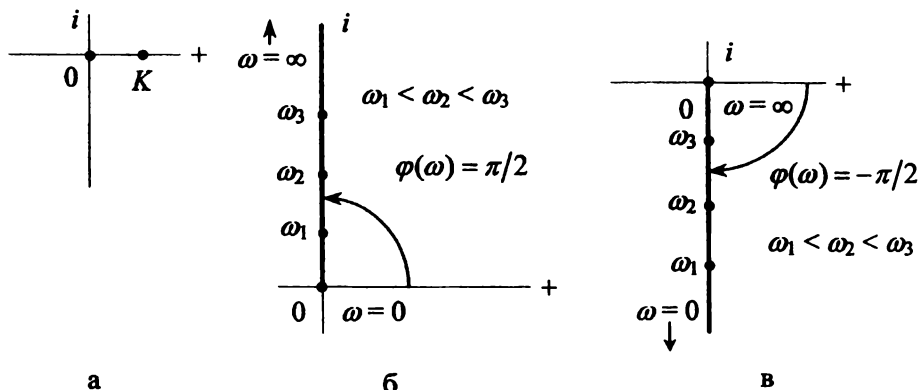


Рис. 2.5. Годографы ЧХ звеньев с ПФ: K , TD , $(TD)^{-1}$.

2.4.4. Форсирующее звено 1-го порядка:

$$W(D) = 1 + TD, \quad w(t) = \delta(t) + TD \delta(t), \quad h(t) = 1(t) + T \delta(t),$$

$$W(i\omega) = 1 + i\omega T, \quad A(\omega) = \sqrt{1 + \omega^2 T^2}, \quad \varphi(\omega) = \arctg \omega T, \quad (44)$$

годограф ЧХ приведён на рис. 2.6 а.

2.4.5. Форсирующее звено 2-го порядка:

$$\begin{aligned} W(D) &= 1 + 2\xi TD + T^2 D^2, & w(t) &= \delta(t) + 2\xi TD \delta(t) + T^2 D^2 \delta(t), \\ h(t) &= 1(t) + 2\xi T \delta(t) + T^2 D \delta(t), & W(i\omega) &= 1 - T^2 \omega^2 + i\omega \xi T, & (45) \\ A(\omega) &= [(1 - T^2 \omega^2)^2 + 4\omega^2 \xi^2 T^2]^{1/2}, & \varphi(\omega) &= \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{1 - T^2 \omega^2}{2\xi \omega T}, \end{aligned}$$

Годограф ЧХ показан на рис. 2.6 б.

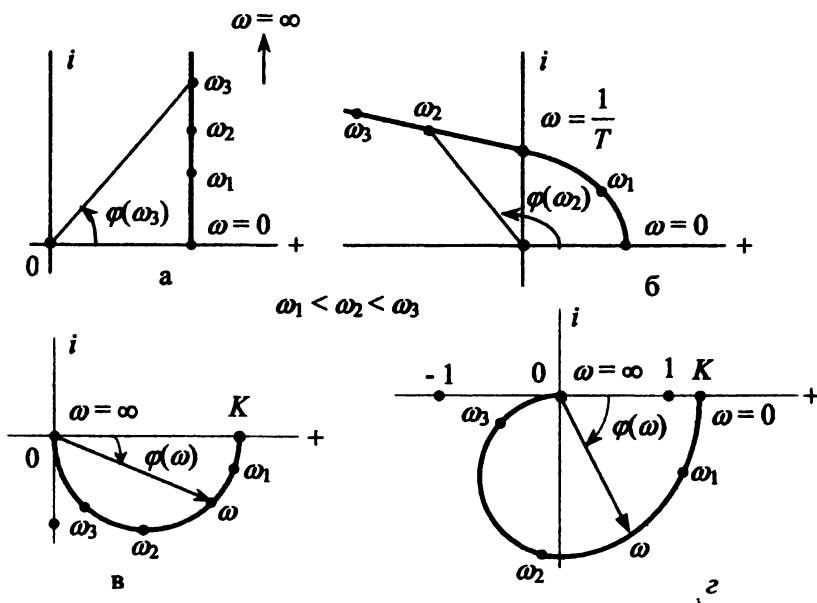


Рис. 2.6. Годографы ЧХ (АФХ) звеньев с ПФ:
 $(1 + TD)$ (а), $1 + 2\xi TD + T^2 D^2$ (б), $K(TD + 1)^{-1}$ (в) и
 $K(T^2 D^2 + 2\xi TD + 1)^{-1}$ (з).

2.4.6. Инерционное звено:

$$\begin{aligned} W(D) &= \frac{K}{TD+1}; \quad w(t) = \frac{K}{T} e^{-\frac{t}{T}}; \quad h(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{T}}); \\ W(i\omega) &= \frac{K}{1+i\omega T}; \quad A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}}; \quad \varphi(\omega) = \arctg \omega T, \quad (46) \\ \varphi(\omega) &\in [0, -\pi/2] \text{ рад}; \end{aligned}$$

годограф ЧХ изображен на рис. 2.6 в.

2.4.7. Колебательное звено

$$\begin{aligned} W(D) &= \frac{K}{T^2 D^2 + 2\xi TD + 1}; \quad w(t) = \frac{K}{\omega T} e^{-\xi \frac{t}{T}} \sin \omega \frac{t}{T} \\ h(t) &= K[1 - \omega^{-1} e^{-\xi \frac{t}{T}} \cos(\frac{\omega}{T} t - \arctg \frac{\xi}{\omega})], \quad \omega^2 = 1 - \xi^2; \quad (47) \\ W(i\omega) &= K(1 - \omega^2 T^2 + i\omega T 2\xi)^{-1}; \quad A(\omega) = K[(1 - \omega^2 T^2)^2 + (2\xi \omega T)^2]^{-1/2}; \\ \varphi(\omega) &= -\frac{\pi}{2} + \arctg \frac{1 - \omega^2 T^2}{2\xi \omega T}, \quad \varphi(\omega) = \varphi \in [0, -\pi] \text{ рад}; \end{aligned}$$

годограф ЧХ изображен на рис. 2.6 г.

Приведённые характеристики типовых звеньев являются хорошим материалом для упражнений на закрепление теоретических положений главы 1 и разделов 2.1–2.3, а также для приобретения навыков самостоятельной работы.

В заключение остановимся вкратце на одном типовом звене с передаточной функцией

$$W(D) = \frac{KTD}{T^2 D^2 + 2\xi TD + 1}, \quad K, T, \xi = \text{const}. \quad (48)$$

Передаточная функция (48) соответствует полосовому фильтру. Звено не пропускает входные сигналы с низкими частотами $\omega \rightarrow 0$ и входные сигналы с высокими частотами $\omega \rightarrow \infty$. Только частоты входа, сосре-

точные в полосе, т.е. в контролируемой окрестности резонансной частоты $\omega_0 = \omega / T$, проходят на выход звена (48).

Импульсная переходная функция $w(t)$ полосового фильтра имеет следующий вид

$$w(t) = \frac{K}{\omega T} e^{-\frac{\xi}{T}t} \cos(\omega_0 t + \arctg \frac{\xi}{\omega}), \quad (49)$$

где $\omega^2 = 1 - \xi^2$, а $\omega_0 = \omega / T$ является резонансной частотой фильтра (48). На рис. 2.7 изображен график $w(t)$ при воздействии на его выход δ -функции.

Качественное отличие ИПФ на рис. 2.7 от таковой на рис.2.2 состоит в принципиально отличном поведении их в момент приложения δ -импульса. Если на рис. 2.2 ИПФ нарастает плавно, примерно по закону затухающей синусоиды, то на рис. 2.7 ИПФ испытывает мгновенный скачок в этот момент и ведёт себя по закону затухающей косинусоиды. Общее решение $y(t) = w(t)$ дифференциального уравнения вида

$$(T^2 D^2 + 2\xi TD + 1)y(t) = KTDx(t), \quad (50)$$

т.е. отвечающее (48), рвётся в точке $t=0$ при воздействии сигнала $x(t) = \delta(t)$. Именно это свойство мгновенного скачка при $t=0$ ИПФ стано-

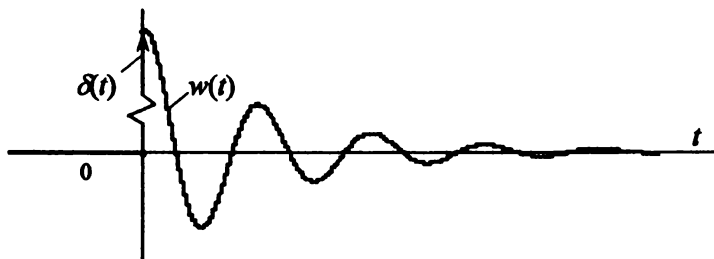


Рис. 2.7. Импульсная переходная функция полосового фильтра с передаточной функцией (48).

вится существенным и используется в дальнейшем при рассмотрении режимов нейтрали систем электроснабжения.

Покажем это аналитически. Чтобы не иметь дело с δ -импульсом в правой части (50), решим вначале промежуточную задачу определения реакции $z(t)$

$$(T^2 D^2 + 2\xi TD + 1)z(t) = KTl(t) \quad (51)$$

на единичный скачок $l(t)$, вместо действующего там сигнала $Dx(t)$. Отыскивая $z(t)$ с учётом нулевых начальных условий, получим, согласно раздела 1.6, следующее выражение

$$z(t) = KT [1 - (1 - \xi^2)^{-0.5} e^{-\sigma} \cos(\omega_0 t - \gamma)],$$

где $\sigma = \xi T^{-1}$, $\omega_0 = (1 - \xi^2)^{0.5} T^{-1}$, $\gamma = \arctg \xi(1 - \xi^2)^{-0.5}$. Затем последовательным дифференцированием левой и правой частей промежуточного уравнения (51) приводим его к виду (50), а именно:

$$(T^2 D^2 + 2\xi TD + 1)[D^2 z(t)] = KTD^2 l(t) \equiv KTD[Dl(t)]. \quad (52)$$

Нетрудно заметить, что левая и правая части уравнений (50) и (52) полностью совпадают. Следовательно, должны совпадать и фигурирующие там функции времени, т.е.

$$y(t) = D^2 z(t), \quad x(t) = Dl(t) = \delta(t).$$

Откуда с необходимостью следует согласно определению импульсной переходной характеристики для звена с передаточной функцией (48) и уравнения (50), что

$$y(t) = w(t) \equiv D^2 z(t).$$

Это последнее тождественно совпадает с приведённым ранее выражением (49) для всех $t \geq 0$, что и следовало ожидать.

ГЛАВА 3

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ НЕЙТРАЛИ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ 6 – 35 кВ

В разделах 1.2, 1.4, 1.5 уже рассматривались вопросы структурного и математического моделирования КНПС в режимах А, В, С и пользовались при этом низкочастотной (с частотами примерно от 20 до 80 Гц) моделью КНПС. Уточнение структуры в среднечастотной (с частотами примерно от 0.5 до 5.0 кГц) и высокочастотной (с частотами примерно от 40 до 80 кГц) области попросту не требовалось. Вместе с тем, ещё с работ Петерсена (1915, см., например, [15, 16]), а также из других работ известно, что каждый пробой изоляции сети сопровождается не только свободной составляющей в низкочастотной (НЧ) области, но и высокочастотными свободными составляющими, относящимися к указанным среднечастотной (СЧ) и высокочастотной (ВЧ) областям. Анализ свободных СЧ и ВЧ-составляющих [15, 16] и их экспериментальная проверка свидетельствуют, что они по существу определяют общий уровень перенапряжений в сети. Совместное воздействие на изоляцию составляющих промышленной частоты ω и свободных СЧ и ВЧ-составляющих могут приводить к пятикратному и более уровню перенапряжений от амплитуды E_m фазной ЭДС (см. рис. 1.8). Поскольку электрическая прочность изоляции при проектировании рассчитывается на возможные перенапряжения до $2.5 E_m$, то нетрудно прийти к выводу о серьезной опасности их для изоляции всего электрооборудования. Важно подчеркнуть, что однофазное повреждение изоляции носит всегда локальный, даже точечный характер, а инициируемое им воздействие перенапряжений носит всегда глобальный характер. Глобальный в том смысле, что воздействует на каждый элемент изоляции сети, подвергая её испытанию на прочность при каждом дуговом пробое. При этом старение изоляции за счёт кумулятивных эффектов [15,16], вызванных дугой, ускоряется и ведёт к возрастанию объёма аварийных исходов ОЗ и связанных с ним экономических потерь.

Сказанное относится, так сказать, к режиму С.

В режиме В сеть более спокойна, в ней нет перенапряжений, исключая момент перехода в него, но при этом возможно ухудшение

пожаробезопасности и электробезопасности вблизи мест повреждения сети. Все дело в уровнях сопротивления R_0 места ОЗ и выделяемой на нём мощности. Вырисовывается таким образом следующая логика: чем меньше замыканий (не устранимых без ремонта), тем выше надёжность и безопасность электроснабжения; чем меньше дуговых пробоев, тем реже эти замыкания происходят. Поэтому проблеме борьбы с последствиями дуговых ОЗ уделяется большое внимание [14-20].

3.1. О механизме образования δ -пробоев изоляции в режиме С.

Многофакторность (многопараметричность) и многообразие условий протекания дуги общеизвестны [15, 16, 19], именно они стоят барьером на пути к полному их изучению. Однако, с точки зрения полного подавления дугового процесса механизм его весьма прост, так как формулируется на языке “да-нет”, “существует-не существует”, “горит-не горит”. Дуга существует (горит и ток дуги $I_0(t) \neq 0$), если абсолютная величина напряжения $U_0(t)$ на дуговом промежутке выше или равна напряжению $U_{пр}$ пробоя изоляции: $|U_0(t)| \geq U_{пр}$; дуга не существует (не горит и ток $I_0(t) \equiv 0$), если $|U_0(t)|$ строго меньше напряжения $U_{об}$ обрыва дуги: $|U_0(t)| < U_{об}$. Указанные параметры $U_{пр}$ и $U_{об}$ являются положительными константами, которые зависят от конкретных условий, причём $U_{об}$ строго меньше $U_{пр}$. Согласно [25], $U_{об} = 500$ В, например, в карьерной сети 6 – 10 кВ.

Приведённые рассуждения укладываются в простую схему нелинейного преобразования U_0 в I_0 , которая связывается [14] с гистерезисной характеристикой (рис. 3.1).

Если полагать $U_0(t)$ гармоническим колебанием

$$U_0(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_0), \quad U_m, \varphi, \omega = \text{const}, \quad (1)$$

то, пока $U_{пр}$ сети удовлетворяет условию

$$U_{пр} > \max_t |U_0(t)|, \quad I_0(t) \equiv 0, \quad (2)$$

ток $I_0(t)$ равен нулю и никаких пробоев не возникает (режим А).

Однако, по мере старения изоляции параметр U_{np} , характеризующий это старение, неуклонно снижается. Когда же он сравнивается при некотором $t = t_0$ с возможным значением $|U_0(t)| = U_{np}$, возникает мгновенное (скачком) возрастание тока до предельно высокого уровня I_m^0 . Происходит это из-за сильной ионизации дугового промежутка и резкого скачка омического сопротивления R_0 до предельно низких значений R_{min}^0 . Так что ток $I_0(t)$ дуги в момент $t = t_0$ и далее равен

$$|I_0(t_0)| = |U_0(t_0)| / R_{min}^0 = I_m^0 = I_m^0. \quad (3)$$

Как видно на рис. 3.1 и (1), процесс ионизации при $t \geq t_0$ регулируется напряжением $U_0(t)$ на дуговом промежутке. Поэтому горение дуги происходит столь долго, пока не выполнится условие

$$|U_0(t)| < U_{об} \quad \text{для всех } t > t_1 \quad (4)$$

в какой-то момент $t = t_1$ и длительность токовой паузы $\tau = t_1 - t_0$ будет равной $t_1 - t_0$. Приведённые рассуждения рассматривались при условии, что КНПС как бы разомкнут и процессы в нём не оказывают влияния на процесс формирования $U_0(t)$ в режиме С.

Однако, КНПС с ОЗ в режимах В и С всегда замкнут (см. рис. 1.8, 1.15, 1.16, 1.17) и сигнал обратной связи активно воздействует на место повреждения при помощи именно напряжения $e(t)$ смещения нейтрали. Согласно рис. 1.17, напряжение $U_0(t)$ дуги определяется двумя напряжениями:

$$U_0(t) = U_3(t) = E_3(t) - e(t), \quad (5)$$

одно из которых задано

$$E_3(t) = E_m \cos(\omega t + \varphi_3), \quad E_m, \varphi_3 = const. \quad (6)$$

Стало быть, от того, как реагирует звено W с передаточной функцией $W(D)$ на скачки тока $I_0(t)$ зависит характер и механизм формирования

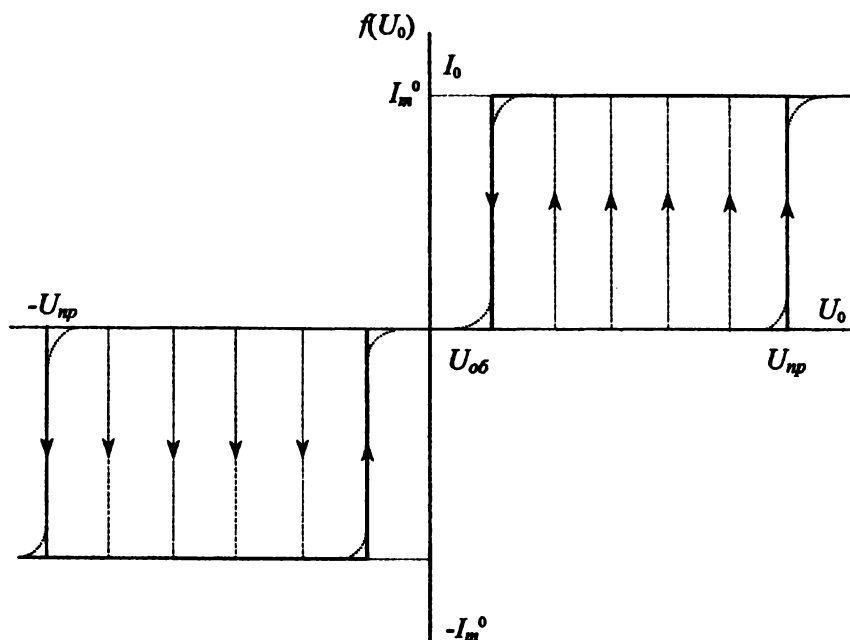


Рис. 3.1. Нелинейная характеристика $I_0 = f(U_0)$ дугового промежутка сети.

высоковольтных разрядов, т.е. δ -импульсов, которые в данном случае, пожалуй, лучше именовать более специфично: δ -пробоями.

Рассмотрим локальное поведение КНПС в одном из режимов В, когда ОЗ зарождается на пике напряжения

$$U_0(t) = E_3(t) \Big|_{t=t_0} = E_m$$

и характеризуется нелинейной зависимостью на рис. 3.1.

Под локальным поведением понимается анализ координат входа

$$E_3(t) = E_m 1(t) \text{ при } t \in [t_0, t_1] \quad (7)$$

и выхода $e(t)$ КНПС на отрезке $[t_0, t_1]$, с целью поиска параметров δ -импульса или δ -пробоя. При этом длина отрезка $[t_0, t_1]$ оказывается столь малой, что на нём практически сохраняется аппроксимация (7) напряжения (6). Воспользуемся уравнением КНПС с ОЗ (1.66), положив в нём

$$\theta(t) \equiv 0, \quad U_0(t) = U_3(t) = E_3(t) - e(t), \quad L = 0, \quad R = R_\infty = \infty. \quad (8)$$

Тогда оно приводится к простому виду

$$(T_0 D + 1)e(t) = E_3(t), \quad t \geq t_0, \quad T_0 = R_0 C, \\ e(t_0) = 0, \quad R_0 = g_0^{-1}. \quad (9)$$

В (9) используется $e(t_0) = 0$, так как до момента $t = t_0$ КНПС находится в режиме А и $e(t) \equiv 0$ для всех $t \leq t_0$.

Забегая вперед скажем, что уравнение (9) описывает КНПС с изолированной нейтралью: $R = \infty, L = 0$ (см. рис. 1.7). Уравнение (9) с учётом (7) переписывается так

$$(T_0 D + 1)e(t) = E_m 1(t - t_0), \quad t \geq t_0, \quad e(t_0) = 0. \quad (10)$$

Решение $e(t)$ уравнения (10), как явствует из главы 2, совпадает с переходной функцией $h(t - t_0)$, в данном случае равной

$$e(t) = h(t - t_0) = E_m (1 - e^{-\frac{t-t_0}{T_0}}), \quad t \geq 0. \quad (11)$$

Отметим, что время T_p (рис. 2.3) переходного процесса (11) по сути определяется постоянной времени $T_0 = R_0 C \rightarrow 0$ при $R_0 \rightarrow 0$. Если считать [25] $U_{o6} = 500$ В, то вхождение (4) в зону нуля характеристики $f(U_0)$ произойдёт при

$$U_0(t) = U_3(t) = E_3(t) - e(t) = E_m e^{-\frac{t-t_0}{T_0}} \leq U_{o6} = 500 \text{ В}. \quad (12)$$

Так как $E_m = 3500$ В для сети 6 кВ, то значение $t = t_1$ будет соответствовать точному равенству (12)

$$7e^{-\frac{t_1-t_0}{T_0}} = 1,$$

а длина отрезка $[t_0, t_1]$, равная $t_1 - t_0$, определится из соотношения

$$\tau = t_1 - t_0 = T_0 \ln 7. \quad (13)$$

Порядок величины τ , рассчитанный по формуле (13) для различных емкостей C сети, приведён в табл. 3.1. при $R_0 = 1$ и 2 Ом и при вариации C от 10 до 100 мкФ.

Табл. 3.1. Оценка параметров δ -импульсов в сети 6 кВ.

C мкФ	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$R_0 = R_{\text{мон}}^0 = 1.0 \text{ Ом} \quad (g_0 = 1.0 \text{ 1/Ом}), \quad I_m^0 = 3.5 \text{ кА}$										
τ мкс	19.5	38.9	58.4	77.8	97.3	116.7	136.2	155.7	175.1	194.6
$R_0 = R_{\text{мон}}^0 = 2.0 \text{ Ом} \quad (g_0 = 0.5 \text{ 1/Ом}), \quad I_m^0 = 1.75 \text{ кА}$										
τ мкс	38.9	77.8	116.4	155.7	194.6	233.5	272.6	311.4	350.3	389.2

Основываясь на длительности τ существования δ -пробоев и их максимальных амплитудах I_m^0 нетрудно представить картину образования перенапряжений в сети как процессов, ударно возбуждаемых δ -импульсами практически всех колебательных контуров КНПС с ОЗ. К таким колебательным контурам следует отнести: прежде всего среднечастотный (СЧ) контур, включающий эквивалентные малые параметры реактивных и активных элементов питающего трансформатора и нагрузки; высокочастотный (ВЧ) контур, включающий реактивные элементы кабельных и воздушных линий; а также низкочастотный (НЧ) контур.

На основании анализа локального поведения существенных координат можно сделать следующие выводы и заключения.

1. В начале каждого пробоя изоляции сеть переходит из режима А в своеобразный режим В как бы с металлическим, а точнее с ионизированным ОЗ. При этом формируется передний фронт δ -импульса тока дуги, который на интервале $[t_0, t_1]$ токовой паузы воспринимается как единичный скачок (7) этого тока с уровнем I_m^0 .

2. Низкое омическое сопротивление $R_{ион}$ ионизированного промежутка на интервале $[t_0, t_1] = \tau$ «глушит» все процессы, кроме единственного, определяемого «большими» параметрами КНПС с ОЗ: большой суммарной емкостью C сети и большой активной проводимостью g_0 места ОЗ:

$$g_0 = R_0^{-1} = 1/R_{min}^0, \quad R_{min}^0 = R_{ион}^0.$$

3. Малые параметры, связанные с колебаниями в СЧ-контуре и ВЧ-контуре, не оказывают заметного влияния на формирование постоянной времени $T_0 = R_0 C$, а следовательно и на процесс передачи сигнала (7) с входа $E_3(t)$ на выход $e(t)$ на отрезке $[t_0, t_1]$.

4. Отслеживание сигналом $e(t)$ входного сигнала $E_m 1(t - t_0)$ на отрезке $[t_0, t_1]$ сопровождается весьма быстрым аperiodическим процессом (11) и (12) соответственно по координатам $e(t)$ и $U_0(t)$, что приводит: во-первых, к быстрому подъёму уровня напряжения $e(t)$ с нулевого значения при $t = t_0$ до E_m при $t = t_1$, т.е. почти скачком и с точностью до $U_{об}$, если строго следовать нелинейности дуги на рис. 3.1; во-вторых, формирует в момент t_1 задний фронт δ -импульса тока и обрыв дуги в месте ионизации: сопротивление R_0 при этом возрастает с R_{min}^0 до высоких, часто нормальных значений; в-третьих, в момент t_1 к перестройке КНПС (из режима В на отрезке $[t_0, t_1]$ в режим А) с приложенным к его оставшейся части δ -импульсом, который, если его рассматривать независимо от переходного процесса на отрезке $[t_0, t_1]$ вызывает реакцию $e(t) = w(t)$ в предварительно невозбуждённом НЧ-контуре или, что то же самое на языке переходного процесса (11), означает быстрый подъём $e(t)$ с нуля при t_0 до E_m при t_1 и последующее снижение по экспоненте с постоянной времени $T_c = C/g$ (g – активная проводимость изоляции сети); в-четвёртых, к воздействию δ -импульса не только на предварительно невозбуждённый контур, но и на СЧ-контур и ВЧ-контур, возбуждая в них большой амплитуды быстро затухающие коле-

бателные процессы средних и высоких частот в форме импульсных переходных функций СЧ и ВЧ-контуров; в-пятых, к сложению получающихся СЧ и ВЧ-колебаний с колебаниями на промышленной частоте в местах их совместного воздействия, что и порождает в них при неблагоприятных параметрах сети многократные перенапряжения относительно земли.

Обратим внимание также на трудности регистрации микро секундных δ -импульсов (см. табл. 3.1) на осциллограммах. Эти трудности определяются скоротечностью процессов и неконтролируемостью емкостей монтажа проводов, соединяющих датчики с шлейфами осциллографа. Замечание сделано для того, чтобы не принимать во внимание сходу неизбежные расхождения результатов расчёта δ -пробоев и эксперимента. При той идеализации нелинейной характеристики дуги которая зафиксирована на рис. 3.1, и нераспределённой картине явлений в сети происходит именно то, что изложено. Если результаты расчёта и эксперимента расходятся сильно, можно поставить вопрос об уточнении нелинейности дуги, например, так, как показано на рис. 3. пунктиром или каким-либо иным образом. Амплитуда δ -импульса ток дуги вполне может быть трудно наблюдаемой из-за сильного искажения на отрезке τ СЧ и ВЧ-переходными процессами. Кроме того приведённые в табл. 3.1 максимальные уровни могут существенно снижаться из-за возможной деионизации дугового промежутка, правда это также относится уже к уточнению нелинейной зависимости на рис 3.1. Более корректное обсуждение вопросов продолжено в гл.5.

3.2. Анализ токов и напряжений при однофазных замыканиях в сети с незаземлённой нейтралью.

Рассмотрим поведение существенных координат системы на рис.1.16 и 1.17 в режимах В и С применительно к сети с незаземлённой (НЗ) нейтралью и при отсутствии тока несимметрии. Режим В работы сети получается, если параметры передаточной функции $W(D)$ цепи $I \rightarrow e$ положить равными

$$L = 0, R = R_{\infty} = \infty. \quad (14)$$

Тогда $W(D)$ будет равно

$$W(D) = (CD + g)^{-1}, \quad (15)$$

а уравнение связи в форме (1.66), (1.67) примет вид

$$(CD + g + g_0)U_3(t) = V(t), \quad V(t) = (CD + g)E_3(t). \quad (16)$$

С учётом (16) связь установившегося тока $I_0(t) = g_0 U_3(t)$ со всеми параметрами C, g, g_0, E_m КНПС представится формулой

$$I_0(t) = g_0 E_m |W_0(i\omega)| \cos(\omega t + \varphi_3 + \varphi_0), \quad (17)$$

где модуль и фаза ЧХ цепи $E_3 \rightarrow U_3$ определяются так

$$|W_0(i\omega)| = \sqrt{\omega^2 C^2 + g^2} / \sqrt{\omega^2 C^2 + (g + g_0)^2}, \quad (18)$$

$$\varphi_0 = \varphi_0(t) = \arctg(\omega C)^{-1} g - \arctg(g + g_0) \omega^{-1} C^{-1}.$$

При металлическом ОЗ, т.е. при $g_0 = R_0^{-1} = \infty$, выражение (17) приводится к простейшей формуле

$$I_0(t) = (CD + g)E_3(t), \quad D = d / dt,$$

и с учётом (1.38) – к формулам

$$I_0(t) = I_m^0 \sin(\omega t + \varphi_3 + \Delta\varphi),$$

$$I_m^0 = E_m \sqrt{\omega^2 C^2 + g^2} = \omega C E_m \sqrt{1 + d^2}, \quad \Delta\varphi = -\arctg d,$$

$$d = tg\delta = g / \omega C.$$

Если пренебречь d^2 в сравнении с единицей, то

$$I_m^0 \simeq \omega C E_m, \quad (19)$$

откуда следует, что чем больше суммарная емкость C изоляции сети, тем больше ток $I_0(t)$ ОЗ.

При произвольных сопротивлениях R_0 места ОЗ амплитуда I_m^0 находится из формулы (17):

$$I_m^0 = g_0 E_m \sqrt{\omega^2 C^2 + g^2} / \sqrt{\omega^2 C^2 + (g + g_0)^2}. \quad (20)$$

Большие токи $I_0(t)$ через место ОЗ способствует переходу ОЗ в между-фазное КЗ, опасны в пожарном отношении и в отношении поражения напряжением шага вблизи мест повреждения изоляции.

В режиме С (см. рис. 1.17 при $\theta(t) \equiv 0$) дуговые пробои в виде δ -импульсов, зарождающихся на пиках напряжения $U_3(t)$, вызывают реакцию звена $I_0 \rightarrow e$ с передаточной функцией (15) в форме импульсной переходной функции $w(t)$ вида

$$e(t) = w(t, t_0) = U(t_0)l(t - t_0), \quad t \geq t_0, \quad U(t_0) = E_3(t_0) - e(t_0), \quad (21)$$

если пренебречь активной проводимостью g изоляции сети; и (см. формулы 2.46)

$$e(t) = w(t, t_0) = U(t_0) \exp[-C^{-1}g(t - t_0)], \quad t \geq t_0, \quad (22)$$

если не пренебрегать величиной g . И в том, и в другом случаях $w(t)$ ведёт себя на достаточно малых интервалах как ступенчатая реакция КНПС на каждый пробой из реальной последовательности пробоев. Полная картина пробоев и реакций $e(t)$, $U_3(t) = U_0(t)$ на них при $U_{np} = E_m$ изображена на рис. 3.2.

Каждый скачок напряжения $e(t)$ сопровождается n -кратными перенапряжениями (на рис.3.2 они не нанесены) и такие импульсные воздействия перенапряжений на изоляцию сети происходят дважды на каждом полупериоде фазного напряжения $E_3(t)$.

Если же первый пробой изоляции в некоторый момент $t = t_0$ произошёл при $U_{np} = U_m^0 = E_m$, а последующие пробои происходят, например, при $U_{np} = 2E_m$, то второй пробой произойдет при $t = t_2$, третий – при $t = t_4$, четвёртый – при $t = t_6$ и т.д. В указанных точках место повреждения оказывается под двойным амплитудным напряжением $2E_m$.

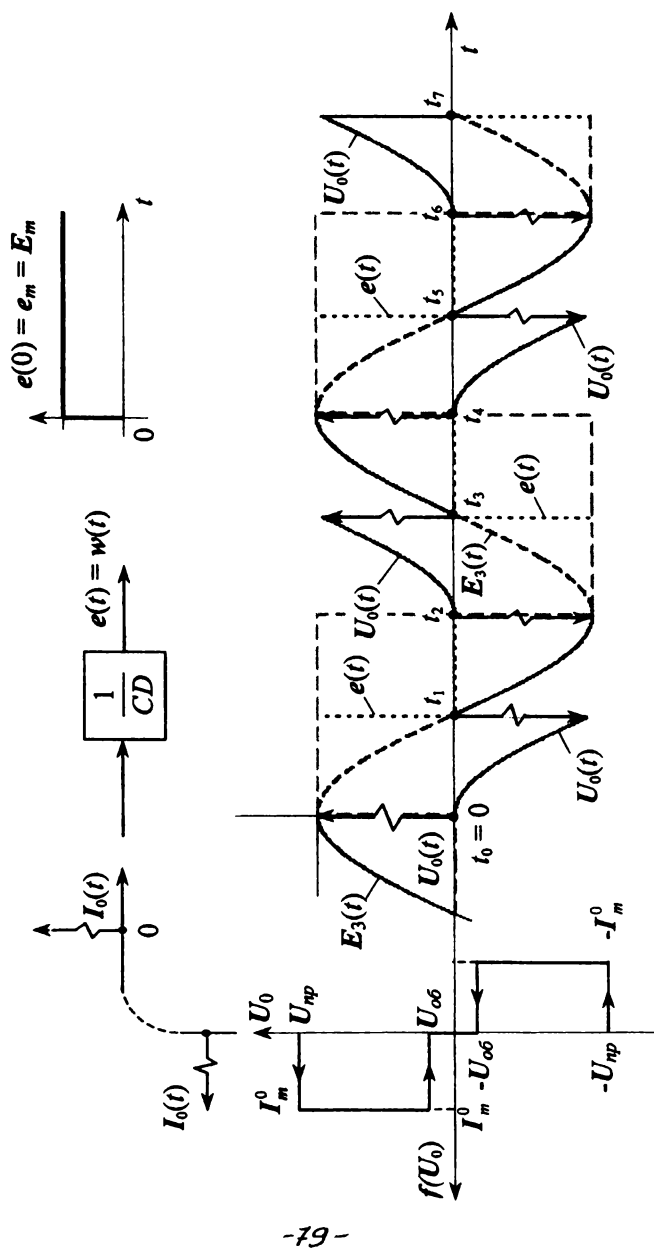


Рис. 3.2. Поведение координат $E_3(t)$, $U_0(t) = U_3(t)$, $e(t)$ в сети с НЗ-нейтралью.

Форма напряжения $e(t)$ при этом изображена на рис. 3.2 пунктирными прямоугольными колебаниями. При $E_m < U_{np} < 2E_m$ напряжение $e(t)$ может принимать вид ступенчато изменяющихся колебаний, каждый скачок которых сопровождается импульсным СЧ и ВЧ-колебаниями высокой кратности, приводящими к старению изоляции сети.

3.3. Анализ токов и напряжений при однофазных замыканиях в сети с резонансным заземлением нейтрали в режиме В.

Рассмотрим поведение усреднённых на отрезке $T = 2\pi/\omega$ координат токов и напряжений в сети с резонансным заземлением нейтрали (рис. 1.6), которую для краткости будем именовать сетью с LC -нейтралью, оттеняя таким образом существенное значение индуктивности L реактора и суммарной ёмкости C сети.

Структурные модели сети с LC -нейтралью изображены на рис. 1.7, 1.8, 1.15, 1.16 и 1.17, где они последовательно преобразованы к виду, удобному для применений. Воспользуемся, в частности, структурными моделями КНПС в режимах А, В и С на рис. 1.17. Фигурирующая на них передаточная функция $W(D)$ охарактеризована соотношением (1.44), остальные элементы понятны из их рассмотрения. Без потери общности ток несимметрии $\theta(t)$ можно положить равным нулю и, следовательно, речь идёт о сети с одинаковыми параметрами изоляции фаз относительно земли.

Для того, чтобы оценить полезность сети с LC -нейтралью в режиме В, т.е. при $g_0 \neq 0$, запишем передаточную функцию $W_0(D)$, которая связывает координаты $E_3 \rightarrow U_3$:

$$U_3(t) = W_0(D)E_3(t), \quad (23)$$

где

$$W_0(D) = \frac{1 + Rg + (RC + Lg)D + LCD^2}{1 + R(g + g_0) + [RC + L(g + g_0)]D + LCD^2}. \quad (24)$$

Установившееся напряжение $U_3(t)$ повреждённой фазы запишется тогда, согласно (1.30), (1.25), (1.27), через $|W_0(i\omega)|$ и $\varphi_0(\omega)$ частотной

характеристики (ЧХ), которая получается формально заменой в (24) оператора дифференцирования D на $i\omega$:

$$W_0(i\omega) = \frac{1 + Rg - \omega^2 LC + i\omega(RC + Lg)}{1 + R(g + g_0) - \omega^2 LC + i\omega[RC + L(g + g_0)]} = |W_0(i\omega)|e^{i\varphi_0(\omega)}, \quad (25)$$

где

$$|W_0(i\omega)|^2 = \frac{(1 + Rg - \omega^2 LC)^2 + \omega^2(RC + Lg)^2}{[1 + R(g + g_0) - \omega^2 LC]^2 + \omega^2[RC + L(g + g_0)]^2}, \quad (26)$$

$$\varphi_0(\omega) = \arg W_0(i\omega).$$

С учётом (25), (26) установившееся напряжение $U_3(t)$ будет равно

$$U_3(t) = |W_0(i\omega)|E_{3m} \cos(\omega t + \varphi_3 + \varphi_0(\omega)). \quad (27)$$

Независимо от фазы $\varphi_0(\omega) + \varphi_3$ амплитуда U_{3m} колебательного напряжения $U_3(t)$ будет тем меньше, чем меньше модуль $|W_0(i\omega)|$ ЧХ, который, как хорошо видно из (26), имеет наименьшее значение при настройке участка цепи $I_0 \rightarrow e$ (рис. 1.17 б) на резонанс, т.е. когда

$$1 + Rg - \omega^2 LC = 0. \quad (28)$$

Условие резонансной настройки КНПС в режиме А становится условием минимизации амплитуды I_m^0 тока $I_0(t) = g_0 U_3(t)$ в режиме В.

Амплитуда U_{3m} остаточного напряжения $U_3(t)$, обусловленного ненулевыми g и R , т.е. активными потерями КНПС, примет вид

$$U_{3m} = U_m^{ост} = \frac{\omega(RC + Lg)E_{3m}}{\sqrt{R^2 g_0^2 + \omega^2[RC + L(g + g_0)]^2}}. \quad (29)$$

Амплитуда $I_m^0 = I_m^{ост}$ остаточного тока $I_0(t) = I_0^{ост}(t)$, определяемая как $I_m^{ост} = g_0 U_m^{ост}$, оказывается настолько малой, что не возникает ни

пожароопасных, ни электроопасных ситуаций в месте ОЗ. Обычно $I_m^{осм} \leq 0.1I_m^0$, где I_m^0 - это амплитуда тока $I_0(t)$ в сети с НЗ-нейтралью. (см. напр. (20)).

Ещё более интересный способ объяснения эффективности работы сети с LC-нейтралью в режиме В основан на оригинальной работе [17]. В ней поведение координаты $U_3(t)$, а следовательно, и тока ОЗ $I_0(t)$, полностью связываются с правой частью $V(t)$ дифференциального уравнения (1.66) цепи $E_3 \rightarrow U_3$. Именно $U_3(t)$ и $I_0(t)$ имеют: опасные для изоляции величины, если $V(t)$ в виде (1.67) велико по амплитуде V_m и наоборот, так что чем меньше $V(t)$ по амплитуде V_m , тем лучше. Этот подход особенно эффективен при поиске условий полной минимизации U_{3m} и I_m^0 до нуля на частоте сети, когда приходится иметь дело только с правой частью уравнения (1.66).

В соответствии со сказанным, резонансная настройка (28) КНПС в режиме А приводит к минимизации $V(t)$ в режиме В. С учётом (1.38) и (1.67), видим, что косинусная составляющая $V(t)$, поддающаяся минимизации до нуля при помощи индуктивности L (или ёмкости C), отвечает за реактивный (ёмкостной или индуктивный) ток $I_0(t)$ ОЗ. Обозначим её через $V_C(t)$, т.е. в виде косинусной составляющей $V(t)$. Тогда остаточное напряжение $U_3(t) = U_3^{осм}(t)$ будет определяться $V_S(t)$ - синусной составляющей $V(t)$. Так что $V(t)$ будет равно

$$V(t) = V_C(t) + V_S(t), \quad (30)$$

где

$$V_C(t) = (1 + Rg - \omega^2 LC)E_m \cos(\omega t + \varphi_3), \quad (31)$$

$$V_S(t) = -\omega(RC + Lg)E_m \sin(\omega t + \varphi_3). \quad (32)$$

При условии (28) основная составляющая (31) обращается в нуль и остаточный ток $I_0^{осм}(t) = g_0 U_3^{осм}(t)$ определяется только синусной составляющей (32) с поправкой на $L = (1 + Rg)\omega^{-2}C^{-1}$:

$$V_S(t) = -\frac{R(\omega^2 C^2 + g^2) + g}{\omega C} E_m \sin(\omega t + \varphi_3). \quad (33)$$

Если R принять нулевым, а $g = d\omega C$, то $V_S(t)$ будет равно

$$V_S(t) = -dE_m \sin(\omega t + \varphi_3), \quad d \in [0.1, 0.01]. \quad (34)$$

Искомый ток $I_0^{ocm}(t)$ определится окончательно лишь с учётом левой части ЛДУ (1.66), а именно:

$$\{LCD^2 + [RC + L(g + g_0)]D + 1 + R(g + g_0)\}I_0^{ocm}(t) = g_0 V_S(t). \quad (35)$$

Выражение для установившегося тока $I_0^{ocm}(t)$ получается из (35) при $L = (1 + Rg)\omega^{-2}C^{-1}$:

$$I_0^{ocm}(t) = -\frac{g_0 dE_m \sin(\omega t + \varphi_3 + \varphi_0^{ocm})}{\sqrt{R^2 g_0^2 + G^2}}, \quad (36)$$

где

$$G = [R(C^2 \omega^2 + g^2) + g + g_0 + Rgg_0]\omega^{-1}C^{-1}, \quad (37)$$

$$\varphi_0^{ocm} = -\arg(Rg_0 + iG). \quad (38)$$

При $R = 0$ формула (36) для расчёта остаточного тока приводится к простейшей форме:

$$I_0^{ocm}(t) = -\frac{g_0 dE_m}{(g + g_0)\omega^{-1}C^{-1}} \sin(\omega t + \varphi_3 - \frac{\pi}{2}) \simeq d\omega C E_m \cos(\omega t + \varphi_3), \quad (39)$$

так как $g_0 \gg g$. При этом $d = tg \delta \in [0.1, 0.01]$, $\omega = 100\pi \text{ с}^{-1}$.

3.4. Анализ защитных свойств сети с LC-нейтралью в режиме С.

Поведение сети с LC-нейтралью в режиме С принципиально отличается от такового в режиме В. Если в режиме В главным является установившийся во времени процесс, то в режиме С главным является переходный процесс в низкочастотном контуре, который инициируется токовыми импульсами в месте пробоев изоляции. В самом деле, рассматривая структурную модель сети в режиме С (рис. 1.17) в при $\theta(t) \equiv 0$), видим, что для гашения дуги с характеристикой на рис. 3.1 необходимо быстро снизить напряжение $U_3(t)$ на дуговом промежутке. Это удаётся сделать

при помощи указанного переходного процесса в форме импульсной переходной функции (2.49) (см. также её график на рис. 2.7), который возникает от каждого пробоя изоляции в виде токового δ -импульса (см. разд. 2.1). Тот факт, что передаточные функции (2.48) и (1.44) участка $I_0 \rightarrow e$ схемы на рис. 1.17 в совпадают при $R = 0$, $\omega_0 = \omega$, а при малых R отличаются незначительно, свидетельствуют о качественном и количественном совпадении их импульсных переходных характеристик. Следовательно, по существу, включается механизм переходных процессов для надёжного подавления дугового ОЗ на время действия этого защитного механизма:

$$|E_3(t) - w(t, t_0)| \leq U_{np}, \quad t \geq t_0, \quad (40)$$

где t_0 – момент пробоя изоляции на пике напряжения $U_3(t) = E_3(t)$ при $t \leq t_0$ воздействия тока пробоя в виде δ -функции на участок схемы $I_0 \rightarrow e$ (рис. 1.17 в). На рис. 3.3 изображено поведение во времени координат $E_3(t)$, $U_0(t) = U_3(t)$, $e(t)$ в сети с LC-нейтралью как раз для этого случая. Первый пробой при $t = t_0$ возбуждает в резонансном контуре $I_0 \rightarrow e$ переходный процесс $e(t)$ (на рис. 3.3 показан жирной затухающей кривой) так, что напряжение $U_3(t)$ (на рис. 3.3 показано штриховкой) практически мгновенно (а точнее со скоростью перезарядов фазных емкостей, сопровождающихся СЧ и ВЧ затухающими колебаниями и амплитудами высокой кратности) снижается до уровня, меньшего $U_{\sigma 3} < U_{np}$ места ОЗ. Резко снизившись, напряжение $U_3(t)$ медленно возрастает по мере затухания переходного процесса по координате $e(t)$. Чем медленнее затухает $e(t)$, тем медленнее нарастает $U_3(t)$ и тем дальше отстоит от первого момент второго пробоя изоляции при $t = t_1$. Затем все повторяется. Частота следования дуговых пробоев, неустраняемых без ремонта, в сети с LC-нейтралью принимает наименьшее значение при точной настройке резонансного контура с передаточной функцией $W(D)$ (рис. 1.17 в). При этом его собственная частота равна частоте ω сети. При расстройках резонанса частота следования дуговых пробоев растёт, а при больших расстройках мало чем отличается от таковых в сети с НЗ-нейтралью. В подобных случаях ДТР полезно работает лишь как общесетевой ограничитель перенапряжений (ОПН) на средних и высоких частотах, как ограничитель токов ОЗ в режиме В и как элемент защиты трансформа-

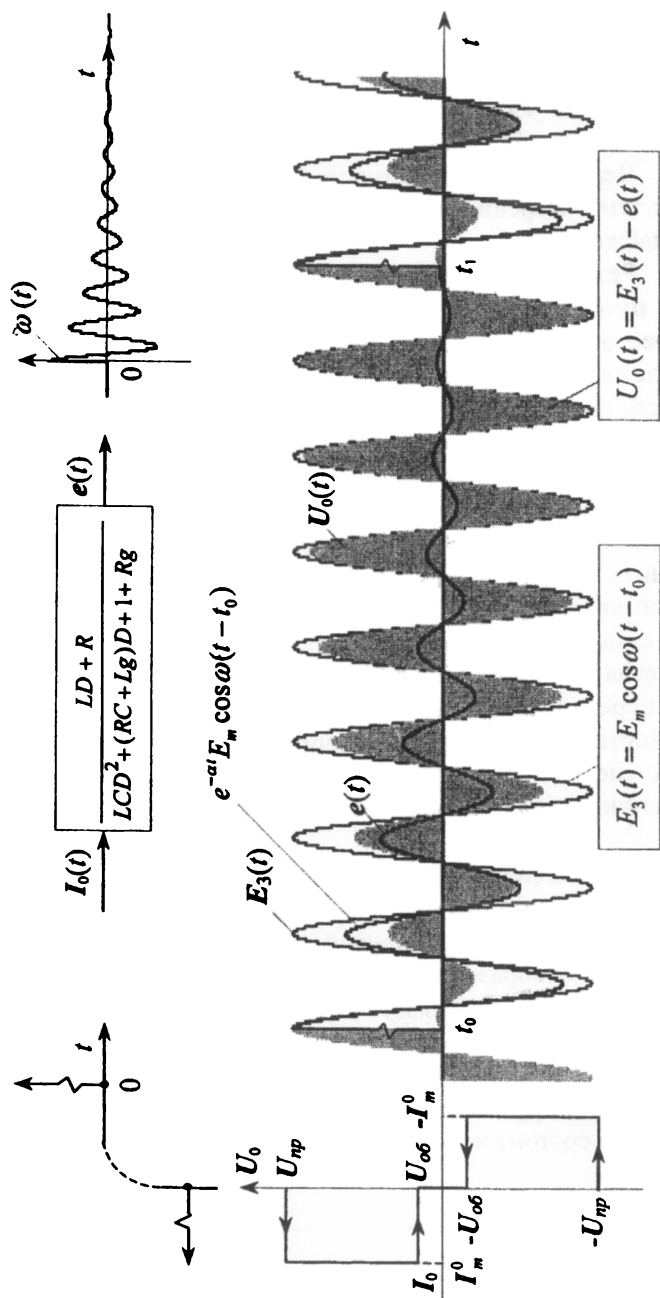


Рис. 3.3. Поведение координат $E_3(t)$, $U_0(t) = U_3(t)$, $e(t)$ в сети с LC-нейтралью.

торов напряжения от феррорезонанса.

Время τ между пробоями $\tau_i = t_i - t_{i-1}$, $i = 1, 2, \dots$ существенно отражается на процессах самоликвидации ОЗ. Чем короче это время, тем хуже условия восстановления электрической прочности места повреждения, тем вероятнее очередной пробой.

Чем больше пробоев с их 3-6 кратными перенапряжениями, тем выше темп старения изоляции, тем выше аварийность в системе электроснабжения.

Резкий сброс напряжения на дуге тормозит развитие ОЗ прежде всего путём создания условий для деионизации промежутка. Чем длительнее этот процесс, тем эффективнее общесетевая защита. В этом смысле сети с LC -нейтралью не имеют себе равных. Это связано с тем, что собственно первый дуговой пробой, без каких-либо коммутаций и без выбора повреждённой фазы, порождает активное защитное воздействие на место повреждения в виде импульсной переходной функции на рабочих частотах (рис. 2.7 и 3.3). Очевидно, быстродействия подобной общесетевой защиты большего, чем в сети с LC -нейтралью, получить принципиально не удаётся, и в этом смысле сети с LC -нейтралью являются уникальными. Возникающий эффект самозащиты сети с настроенной индуктивностью предопределяет главные преимущества этого способа заземления нейтрали: препятствовать развитию ОЗ и переводить их в разряд самоустраняющихся; в случаях же неустраняемости ОЗ без ремонта – снижать частоту следования осциллирующих перенапряжений, что ведет также в известной мере [15,16] к снижению темпа старения изоляции и возрастанию её ресурса.

3.5. Свойство самозащиты сети с LC -нейтралью при однофазном повреждении изоляции статорной обмотки двигателя.

Рассмотрим упрощённый вариант схемы замещения сети с LC -нейтралью, изображённой на рис. 3.4. В данной интерпретации однофазное замыкание отсекает часть $\eta E_3(t)$, $\eta \in [0,1]$ фазного напряжения нагрузки и таким образом вовлекает его в замкнутый электрический контур: место ОЗ, заземление, ДГР, фазная ЭДС источника, проводник, часть ЭДС нагрузки, место ОЗ. Принципиальное отличие от схемы на рис. 1.17 в состоит в том, что напряжение $U_3(t)$ полностью наблюдаемо,



двигателя (а, б) и её структурные модели (в, г).

в то время как напряжение $U_0(t)$ ненаблюдаемо. Вследствие этого защитное шунтирование повреждённой фазы [25], осуществляемое в месте действия напряжения $U_0(t)$ невозможно. Шунтирование же в месте действия напряжения $U_3(t)$ становится неэффективным, так как напряжение $\eta E_3(t)$ через шунт подключается прямо к месту повреждения и не в состоянии оказывать защитного действия.

В сетях с LC -нейтралью этих недостатков нет и все их преимущества проявляются здесь в полной мере. В самом деле, структурная модель (1.17 в) КНПС в режиме С изменится так, как показано на

рис. 3.4 в и г. Вместо напряжения $E_3(t)$ на входе следящей системы (рис. 1.17 в) будет действовать (рис. 3.4 г) напряжение

$$E_0(t) = E_3(t) - \eta E_3(t) = (1 - \eta)E_3(t) = E_m^0 \cos(\omega t + \varphi_3),$$

$$E_m^0 = (1 - \eta)E_m$$

При этом до наступления момента t_0 первого пробоя в ослабленной точке обмотки статора, вероятнее всего на пиках напряжения $U_\alpha(t)$, поступит δ -импульс тока пробоя $I_\alpha(t)$, который вызовет защитную реакцию КНПС для парирования напряжением $e(t)$ уже не $E_3(t)$, а нового напряжения $E_0(t)$. Это приведёт к быстрому сбросу $U_\alpha(t)$ в первые моменты $t \geq t_0$ с последующим достаточно мягким нарастанием (восстановлением) напряжения $U_\alpha(t)$ до $E_0(t)$ в ослабленной точке. Таким образом, эффект самозащиты в сети с LC -нейтралью работает в полном объёме не только при замыканиях на элементах собственно изоляции сети, но и на элементах изоляции нагрузки.

Аналогичный положительный эффект наблюдается и в режиме В. Действительно, согласно схеме на рис. 3.4 в частотная характеристика $E_0 \rightarrow U_0$ имеет тот же самый вид, что и в разд. 3.3 (см. выражение (25)). Поэтому заменяя в формулах (27) – (39) E_{3m} , E_m на E_{3m}^0 , E_m^0 , и U_{3m} , $U_m^{ост}$ на U_{3m}^0 или U_m^0 нетрудно прийти к заключению, что ток $I_\alpha(t)$ в месте повреждения статора в самом деле минимизируется до уровня остаточного тока (36), (39).

Именно на этом основании автором монографии [16] были рекомендованы статические ДТР для сетей 6 кВ собственных нужд тепловых электростанций, а также для сетей генераторного напряжения.

На рис. 3.4 в качестве нагрузки сети с LC -нейтралью приняты обмотки, соединённые в звезду. То же самое можно было бы сделать и по отношению к обмоткам, соединённым в треугольник. При этом напряжение $E_\alpha(t)$ на рис. 3.4 г изменяется и становится равным ЭДС, возникающей между нулевой точкой питающего трансформатора и местом повреждения в нагрузке. Эффект самозащиты сети с LC -нейтралью проявляется очевидно и здесь в полной мере. Подтверждается мысль Ф.А.Лихачёва [16] о том, что сети с НЗ-нейтралью являются всего лишь переходной стадией к сетям с компенсацией емкостных токов, т.е. к

сетям с резонансным заземлением нейтрали. Высокие проценты (согласно [15] от 81 до 97%) самоликвидирующихся ОЗ в сетях с LC -нейтралью практически обеспечивают безаварийную эксплуатацию электрооборудования, сводя к минимуму (от 3 до 19%) число замыканий, не устранимых без ремонта.

ГЛАВА 4

ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ИЗОЛЯЦИИ КАБЕЛЬНОЙ СЕТИ АППАРАТУРНЫМИ СРЕДСТВАМИ

Контроль за величиной суммарной емкости C в сети с НЗ-нейтралью является важной практической необходимостью. Именно этим параметром определяются опасные уровни токов в режиме В и интенсивные СЧ и ВЧ переходные процессы в режиме С. Этим же параметром определяются собственные токи отдельных присоединений, которые превышают пороги правильного срабатывания селективных защит, делают их менее чувствительными. Поэтому не ослабевают интерес к разработке способов и устройств измерения суммарной емкости C изоляции и её активной проводимости g .

4.1. Построение измерителей суммарной емкости и суммарной активной проводимости изоляции сети с НЗ-нейтралью.

Основная трудность построения измерителей параметров C и g сети с НЗ-нейтралью состоит в организации информационных каналов, которые бы не зависели от мультипликативных помех типа множителя E_m фазных ЭДС сети и перекрестных влияний: величины g на измерение C и, наоборот, величины C на измерение g . Помехи, связанные с естественным током несимметрии, минимизируются обычно выбором конденсатора C_0 , создающим собственно информационные сигналы в кабельной системе электроснабжения. Рассмотрим способ [26,27,28,30] построения измерителя, свободного от указанных недостатков. На рис. 4.1 представлена структурная модель сети с НЗ-нейтралью, на которой напряжение $e(t)$ смещения нейтрали вызывается током $\theta(t)$ несимметрии, искусственно создаваемым конденсатором C_0 небольшой емкости в одной из фаз сети (в данном случае в фазе 3).

Если принять напряжение $U_0(t) = U_3(t)$ между фазой 3 и землёй, равным

$$U_0(t) = U_3(t) = U_m^0 \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

то напряжение $e(t)$ смещения нейтрали примет вид

$$e(t) = |W(i\omega)| U_m^0 \sin(\omega t + \varphi_0 + \varphi) = e_m \sin(\omega t + \varphi_0 + \varphi), \quad (2)$$

где

$$|W(i\omega)| = \text{mod } W(i\omega), \quad \varphi = \varphi(\omega) = \arg W(i\omega),$$

а произвольные величины U_m^0 и φ_0 являются амплитудой и фазой входного напряжения $U_0(t)$. ЧХ, квадрат АЧХ, ВЧХ, и МЧХ (см. разд. 2.3) от входа U_0 рассматриваемого объекта к выходу e ($U_0 \rightarrow e$) соответственно равны

$$W(i\omega) = \frac{i\omega C_0}{i\omega C + g} = \left(\frac{C}{C_0} - i \frac{g}{\omega C_0} \right)^{-1}, \quad (3)$$

$$|W(i\omega)|^2 = \left[\left(\frac{C}{C_0} \right)^2 + \left(\frac{g}{\omega C_0} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (4)$$

$$\text{Re } W(i\omega) = \frac{C}{C_0} \left[\left(\frac{C}{C_0} \right)^2 + \left(\frac{g}{\omega C_0} \right)^2 \right]^{-1} = \frac{C}{C_0} |W(i\omega)|^2, \quad (5)$$

$$\text{Im } W(i\omega) = \frac{g}{\omega C_0} \left[\left(\frac{C}{C_0} \right)^2 + \left(\frac{g}{\omega C_0} \right)^2 \right]^{-1} = \frac{g}{\omega C_0} |W(i\omega)|^2. \quad (6)$$

Запишем далее ЧХ через ВЧХ и МЧХ:

$$\begin{aligned} W(i\omega) &= |W(i\omega)| e^{i\varphi(\omega)} = |W(i\omega)| [\cos \varphi(\omega) + i \sin \varphi(\omega)] = \\ &= \text{Re } W(i\omega) + i \text{Im } W(i\omega), \end{aligned} \quad (7)$$

откуда непосредственно следуют важные соотношения применительно к сети с НЗ-нейтралью с информационными координатами (1) и (2):

$$\cos \varphi(\omega) = \frac{\operatorname{Re} W(i\omega)}{|W(i\omega)|} = \frac{C}{C_0} |W(i\omega)|, \quad (8)$$

$$\sin \varphi(\omega) = \frac{\operatorname{Im} W(i\omega)}{|W(i\omega)|} = \frac{g}{\omega C_0} |W(i\omega)|. \quad (9)$$

Напряжения $e(t)$ и $U_0(t)$, измеренные на выходе трансформатора (датчика) напряжения типа НТМИ с коэффициентом трансформации k_{TP} поступают на первый и второй входы измерителя, представленного на рис. 4.1 его структурной моделью. На первый вход подаётся сигнал

$$\begin{aligned} mk_{TP}e(t) &= mk_{TP}e_m \sin(\omega t + \varphi_0 + \varphi), \\ e_m &= |W(i\omega)| U_m^0, \end{aligned} \quad (10)$$

на второй вход подаётся сигнал

$$nk_{TP}U_0(t) = nk_{TP}U_m^0 \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (11)$$

Характер преобразований в измерителе (рис. 4.1) приводит к необходимости контроля за процессом совместного прохождения некоторого колебательного сигнала

$$X(t) = A \sin(\Omega t + \Phi)$$

и аддитивного неколебательного сигнала Y через идеальное релейное звено с входом $X(t) = Y + A \sin(\Omega t + \Phi)$, выходом

$$Z(t) = H \operatorname{sign} X(t) = H \operatorname{sign}[Y + A \sin(\Omega t + \Phi)] \quad (12)$$

и уровнем ограничения H . Описание реакции релейного звена согласно работе автора [29,30], осуществляется с помощью суперряда Фурье вида

$$Z(t) = H \operatorname{sign}[Y + A \sin(\Omega t + \Phi)] = HF_0(Y/A) + HF_1(Y/A) \sin(\Omega t + \Phi) + Z_{\text{осм}}(t), \quad (13)$$

где

$$F_0(Y/A) = \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{Y}{A}, \quad (14)$$

$$F_1(Y/A) = \frac{4}{\pi} \cos(\arcsin \frac{Y}{A}). \quad (15)$$

Остальные слагаемые $Z_{\text{осм}}(t)$ разложения (13) выписывать нет необходимости, так как все они подавляются в измерителе низкочастотным (НЧ) фильтром W_Φ с передаточной функцией $W_\Phi(D)$ инерционного типа. В задаче измерения параметров изоляции роль сигнала $A \sin(\Omega t + \Phi)$ играет сигнал (10), так что в формулах (13) – (15)

$$A = mk_{TP} e_m = mk_{TP} |W(i\omega)| U_m^0, \quad \Omega = \omega, \\ \Phi = \varphi_0 + \varphi = \varphi_0 + \varphi(\omega). \quad (16)$$

В роли же сигнала Y выступает сигнал с выхода синхронного детектора (СД):

$$Y = W_\Phi(D) [Z(t) \cdot nk_{TP} U_0(t)]. \quad (17)$$

Напряжение $U_0(t)$ является опорным сигналом СД, так что из всех частот сигнала $Z(t)$ примет участие в формировании выхода СД только составляющая (15) с частотой ω . Остальные слагаемые $Z(t)$ превращаются на СД в колебания с частотами $k\omega$, $k = 1, 2, 3, \dots$ которые подавляются фильтром W_Φ . Выражение (17) упрощается с учётом (11) и принимает вид

$$Y = W_\Phi(D) K_C \cos \varphi F_1(Y/A), \\ K_C = 0.5 H n k_{TP} U_m^0. \quad (18)$$

Если опорный сигнал $U_0(t)$ сменить на ортогональный $U_0^{\text{ор}}(t)$, равный, например, $T_0 D U_0(t)$, то уравнение (17) примет вид

$$Y = W_{\Phi}(D) [K_S \sin \varphi F_1(Y/A)]$$

$$K_S = 0.5 H n k_{\text{тр}} U_m^0 \omega T_0 = \omega T_0 K_C. \quad (19)$$

Выход $Z(t)$ релейного звена измерителя (И) преобразуется в напряжение U в соответствии с уравнением

$$U = W_{\Phi}(D) Z(t) = W_{\Phi}(D) H F_0(Y/A). \quad (20)$$

Таким образом, при указанных опорных сигналах результат измерения U следует из системы существенно нелинейных уравнений вида (18), (20) или (19), (20).

Так как все измерения делаются после окончания переходного процесса в усредняющих фильтрах $W_{\Phi}(D)$, то следует положить всюду в (17)–(20)

$$W_{\Phi}(D) \Big|_{D=0} = W_{\Phi}(0) = K_{\Phi}. \quad (21)$$

Таким образом, с учётом формул (14), (15), (17)–(20) результат измерения следует из системы трансцендентных алгебраических уравнений вида

Выход И:
$$U = K_{\Phi} H \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{Y}{A} \quad (22)$$

Выход СД:
$$Y = K_{\Phi} K_C \cos \varphi \cdot \frac{4}{\pi} \cos \left(\arcsin \frac{Y}{A} \right),$$

в случае опорного сигнала $U_0(t)$ СД и вида

Выход И:
$$U = K_{\Phi} H \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{Y}{A} \quad (23)$$

Выход СД:
$$Y = K_{\Phi} K_S \sin \varphi \cdot \frac{4}{\pi} \cos \left(\arcsin \frac{Y}{A} \right).$$

в случае опорного сигнала $U_0^{\text{опм}}(t) = T_0 D U_0(t).$

Решение U системы двух нелинейных уравнений (22), к счастью, имеет простое решение. То же самое можно сказать о системе уравнений (23). Действительно, записывая первое уравнение системы (22) по иному,

$$\frac{U\pi}{2K_{\Phi}H} = \arcsin \frac{Y}{A}, \quad \sin \frac{U\pi}{2K_{\Phi}H} = \sin \left(\arcsin \frac{Y}{A} \right),$$

и, принимая во внимание тождество

$$\sin \frac{\pi U}{2K_{\Phi}H} = \frac{Y}{A},$$

получим, что

$$Y = A \sin \frac{\pi U}{2HK_{\Phi}}. \quad (24)$$

Тогда, подставляя соотношение (24) во второе уравнение системы (22), имеем

$$A \sin \frac{\pi U}{2HK_{\Phi}} = K_{\Phi}K_C \cos \varphi \cdot \frac{4}{\pi} \cos \left(\arcsin \sin \frac{\pi U}{2HK_{\Phi}} \right),$$

откуда следует

$$A \sin \frac{\pi U}{2HK_{\Phi}} = K_{\Phi}K_C \cos \varphi \cdot \frac{4}{\pi} \cos \frac{\pi U}{2HK_{\Phi}}. \quad (25)$$

Если обе части уравнения (25) разделить на $\cos \pi U (2HK_{\Phi})^{-1}$, то получим выражение

$$\operatorname{tg} \frac{\pi U}{2HK_{\Phi}} = \frac{4}{\pi} K_{\Phi}K_C \frac{\cos \varphi}{A}, \quad (26)$$

из которого выход U измерителя определяется формулой

$$U = \frac{2HK_{\Phi}}{\pi} \arctg \left(\frac{4K_{\Phi}K_C}{\pi} \cdot \frac{\cos \varphi}{A} \right). \quad (27)$$

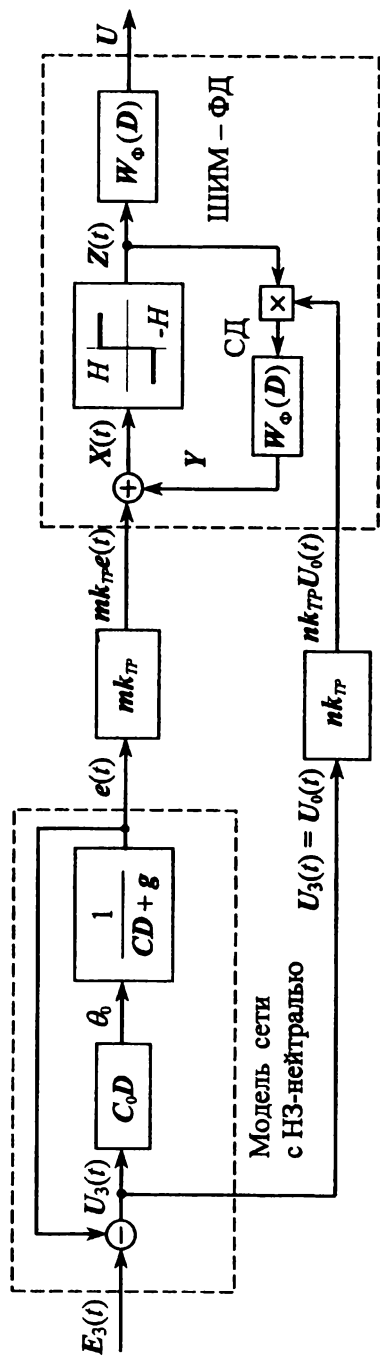


Рис. 4.1. Структурная схема измерения параметров C и g изоляции сети с НЗ-нейтралью.

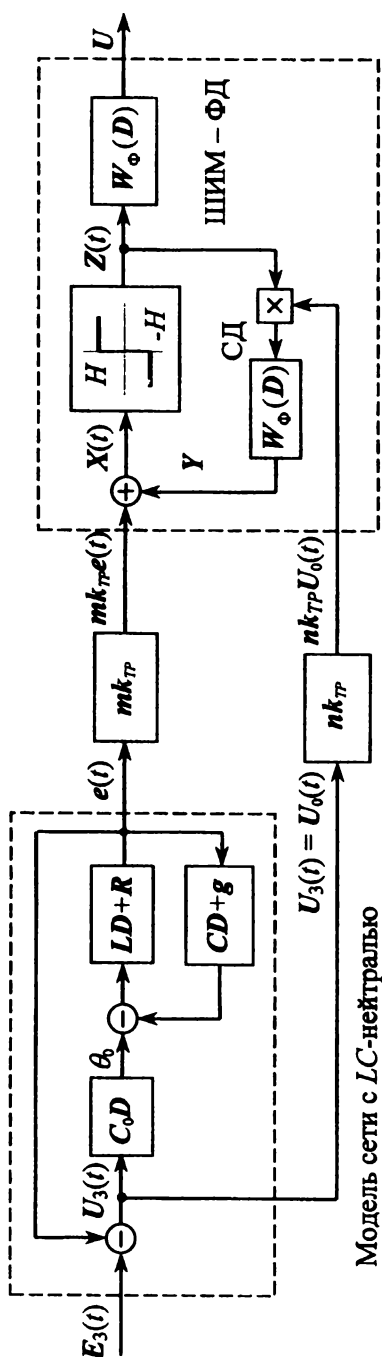


Рис. 4.2. Структурная схема измерения резонансной расстройки $x = x_C - x_L$ и параметра g в сети с LC-нейтралью.

Подставляя выражения для $\sin \varphi$, $\cos \varphi$, A из (8), (9) и (16) имеем

$$U = \frac{2HK_{\Phi}}{\pi} \arctg \left(\frac{4K_{\Phi}K_C}{\pi k_{\pi} U_m^0} \cdot \frac{C}{C_0} \right) \quad (28)$$

в случае опорного сигнала СД в виде $U_0(t)$; и имеем

$$U = \frac{2HK_{\Phi}}{\pi} \arctg \left(\frac{4K_{\Phi}K_S}{m k_{\pi} \pi U_m^0} \cdot \frac{g}{\omega C_0} \right). \quad (29)$$

в случае ортогонального $U_0(t)$ опорного сигнала СД. Для исключения зависимости результата измерений (28), (29) от U_m^0 раскроем выражения для K_C и K_S в (28), (29) и получим

$$U = \frac{2HK_{\Phi}}{\pi} \arctg \left(\frac{2HK_{\Phi}}{\pi} \cdot \frac{n}{m} \cdot \frac{C}{C_0} \right). \quad (28)^{\circ}$$

$$U = \frac{2HK_{\Phi}}{\pi} \arctg \left(\frac{2HK_{\Phi}}{\pi} \cdot \frac{n}{m} T_0 \frac{g}{C_0} \right). \quad (29)^{\circ}$$

Выведенные формулы описывают нелинейное поведение измерителя в установившемся режиме. Характеристика $\arctg \lambda$ легко линеаризуется, если потребовать, чтобы $|\lambda|$ были меньше некоторого значения, при котором устанавливается линейная зависимость между U и C , U и g . Так, полагая за счёт K_{Φ}/m при заданных n , T_0 , C_0

$$\begin{aligned} \max_C \frac{2HK_{\Phi}n}{\pi m} \cdot \frac{C}{C_0} &\leq 0.3 \\ \max_g \frac{2HK_{\Phi}n}{\pi m} \cdot T_0 \frac{g}{C_0} &\leq 0.3 \end{aligned}$$

выражение (28)[°], (29)[°] для определения U линеаризуются и становятся

равными

$$U = K_E \frac{C}{C_0}, \quad K_E = \frac{4H^2 K_\Phi^2}{\pi m} \cdot \frac{n}{m}$$

и

$$U = K_G \frac{g}{C_0}, \quad K_G = \frac{4H^2 K_\Phi^2}{\pi^2} \cdot \frac{n}{m} T_0.$$

Коэффициенты передачи K_E , K_G не зависят от параметров измерителя, которые могут быть сделаны стабильными.

Градуйруя шкалу измерительного прибора в единицах C и g , можно использовать предлагаемый алгоритм при изготовлении аппарата для безопасного измерения суммарной емкости C и суммарной активной проводимости g сети и её отдельных присоединений. По известным C и g легко вести контроль за величиной $d = tg\delta = g\omega^{-1}C^{-1}$ изоляции сети. Если величины g , $tg\delta$ оказываются слишком большими, что свидетельствует о пониженном активном сопротивлении изоляции, то поочерёдно отключая присоединения можно локализовать участок сети с опасно низким сопротивлением на частоте $\omega = 100\pi \text{ с}^{-1}$.

4.2. Построение измерителей резонансной настройки КНПС и суммарной активной проводимости в сети с LC-нейтралью.

В сетях 6–35 кВ с заземлением нейтрали через ДТР не всегда соблюдается условие резонанса. Причин такого положения дел несколько. Первая причина состоит в отсутствии авторегулятора резонансной настройки в сети с плавно регулируемым ДТР. Вторая причина заключается в использовании серийных ДТР типа ЗРОМ с ручным переключением ответвлений и трудоёмким процессом настройки на резонанс. Третья причина – это намеренная расстройка ДТР (обычно с перекомпенсацией) и его эксплуатация в качестве общесетевого ОПН, как правило, в сетях с большими токами несимметрии. Во всех указанных случаях значительная часть компенсирующей мощности реакторов тратится впустую. Недоиспользование компенсирующей мощности ДТР обычно объясняется отсутствием достаточно удобного аппарата контроля за резонансной настройкой. Ниже разрабатывается алгоритм

контроля за степенью резонансной настройки КНПС на принципе, изложенном в разд. 4.1.

Пусть входным сигналом резонансного объекта ($U_3 \rightarrow e$), изображённого на рис. 4.2, будет сигнал (1), а выходом напряжение $e(t)$ смещения нейтрали КНПС в режиме А. Отличие выражения для $e(t)$ в сети с LC -нейтралью состоит в разных ЧХ цепей $U_0 \rightarrow e$, показанных на рис. 4.1 и 4.2. Для сети с LC -нейтралью ЧХ, квадрат ЧХ, АЧХ, ВЧХ и МЧХ (см. разд. 2.3) соответственно равны при $R = 0$:

$$W(i\omega) = i\omega C_0 \frac{i\omega L}{1 - \omega^2 LC + i\omega Lg} = \frac{\omega C_0}{x - ig}, \quad x = x_C - x_L, \quad (30)$$

где

$$x_C = x_C(\omega) = \omega C, \quad x_L = x_L(\omega) = (\omega L)^{-1}, \quad (31)$$

$$|W(i\omega)|^2 = \omega^2 C_0^2 (x^2 + g^2)^{-1},$$

$$\operatorname{Re} W(i\omega) = \omega C_0 x (x^2 + g^2)^{-1} = (\omega C_0)^{-1} x |W(i\omega)|^2, \quad (32)$$

$$\operatorname{Im} W(i\omega) = \omega C_0 g (x^2 + g^2)^{-1} = (\omega C_0)^{-1} g |W(i\omega)|^2. \quad (33)$$

Соотношение (7) для ЧХ, выраженные через ВЧХ и МЧХ для сети с НЗ-нейтралью сохраняется и для сети с LC -нейтралью, а важные соотношения (8), (9) с учётом (30) – (33) принимают вид:

$$\cos \varphi(\omega) = \frac{\operatorname{Re} W(i\omega)}{|W(i\omega)|} = \frac{x}{\omega C_0} |W(i\omega)|, \quad (34)$$

$$\sin \varphi(\omega) = \frac{\operatorname{Im} W(i\omega)}{|W(i\omega)|} = \frac{g}{\omega C_0} |W(i\omega)|, \quad (35)$$

Как и выше на первый вход измерителя подаётся сигнал (10), на второй его вход – опорный сигнал (11).

Аналитически принцип действия измерителя на рис. 4.2 описывается системой существенно нелинейных дифференциальных уравнений вида

$$U(t) = W_{\Phi}(D)Z(t), \quad Z(t) = H \operatorname{sign}[mk_{TP}e(t) + Y(t)], \quad (36)$$

$$Y(t) = W_{\Phi}(D)[Z(t)V(t)], \quad V(t) = nk_{TP}U_m^0 \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (37)$$

Здесь: m , n – коэффициенты передачи входных цепей измерителя, k_{TP} – коэффициент трансформации датчика напряжений типа НТМИ, U_m^0 и φ_0 – амплитуда и фаза опорного сигнала $U_0(t) = U_3(t)$. Сигнал $Z(t)$, сглаженный оператором $W_{\Phi}(D)$, поступает на стрелочный или иной индикатор в виде напряжения $U(t)$, а из колебательного сигнала $Z(t)$, т.е. выхода релейного звена с уровнем ограничения H , на выход СД пройдут лишь медленная составляющая $Y(t)$. В результате координаты $U(t)$ и $Y(t)$ будут удовлетворять более простой, чем (36), (37), системе уравнений

$$U = HW_{\Phi}(D)F_0(Y/A), \quad A = mk_{TP}e_m, \quad (38)$$

$$Y = \frac{1}{2} HW_{\Phi}(D)F_1(Y/A)b \cos \varphi, \quad b = nk_{TP}U_m^0, \quad (39)$$

которые с учётом формул (14), (15) приводятся к виду

$$U = \frac{2}{\pi} HW_{\Phi}(D) \arcsin \frac{Y}{A}, \quad (40)$$

$$Y = \frac{2}{\pi} HW_{\Phi}(D) \left[b \cos \varphi \cos \left(\arcsin \frac{Y}{A} \right) \right]. \quad (41)$$

Поскольку речь идёт далее об установившихся режимах измерения, то передаточная функция $W_{\Phi}(D)$ в (38)–(41) может быть заменена, как и в (21), на K_{Φ} .

Таким образом, с учётом сделанных уточнений результат измерения следует искать из системы трансцендентных алгебраических уравнений (22) в случае опорного сигнала СД вида $U_0(t)$ и из аналогичной

системы (23) в случае опорного сигнала СД вида $U_0^{опм}(t) = T_0 D U_0(t)$. Пропедевывая выкладки (24) – (27) и учитывая формулы (34), (35) для $\cos \varphi$ и $\sin \varphi$ и K_C , K_S из (16), (19), получим

$$U = \frac{2HK_{\Phi}}{\pi} \arctg \left(\frac{2HK_{\Phi}}{\pi} \cdot \frac{n}{m} \cdot \frac{x}{\omega C_0} \right) \quad (42)$$

для опорного сигнала $U_0(t)$, и получим

$$U = \frac{2HK_{\Phi}}{\pi} \arctg \left(\frac{2HK_{\Phi}}{\pi} \cdot \frac{n}{m} \cdot T_0 \cdot \frac{g}{C_0} \right) \quad (43)$$

для опорного сигнала $U_0^{опм}(t) = T D U_0(t)$.

Результат линеаризации $\arctg \lambda$ приводит к окончательным формулам

$$U = K_E^0 x = K_E^0 (x_C - x_L) = K_E^0 (\omega C - 1 / \omega L), \quad (44)$$

$$K_E^0 = 4\pi^{-2} H^2 K_{\Phi}^2 n (m \omega C_0)^{-1} \quad (45)$$

для опорного сигнала СД в виде $U_0(t)$ и

$$U = K_G \frac{g}{C_0}, \quad (46)$$

$$K_G = 4\pi^{-2} H^2 K_{\Phi}^2 n (m T_0)^{-1} \quad (47)$$

для опорного сигнала СД в виде $T_0 D U_0(t)$. Как и выше коэффициенты пропорциональности (45), (47) не зависят от параметров E_m , L , C , g , что является главным преимуществом подобных измерителей перед другими известными к настоящему времени.

Шкалу измерения расстройки x по формуле (44) можно проградуировать в величинах реактивного тока $I_P = I_C - I_L$. Для этого достаточно левую часть (44) умножить и разделить на величину E_m . Тогда U будет равно

$$U = E_m^{-1} K_E^0 (I_C - I_L) = E_m^{-1} K_E^0 I_P. \quad (48)$$

Переход от измерения реактивного тока I_P ДГР к измерению активной проводимости g осуществляется переключением тумблера, при помощи которого сигнал $U_0(t)$ меняется на $U_0^{opm}(t) = T_0 D U_0(t)$.

Охарактеризованный принцип измерения расстройки КНПС реализован в устройствах типа УАРК.1: УАРК.1А, УАРК.101, УАРК.101М, УАРК.101С и т.д.) и внедрён к настоящему времени на двухстах действующих центрах 6-10 кВ России, Украины и Казахстана.

4.3. Обобщение принципа измерения параметров изоляции сети на воздушные и смешанные сети.

Рассмотренный выше принцип аппаратурного измерения параметров сети с НЗ-нейтралью относился к чисто кабельным системам электроснабжения, в которых естественный ток $\theta(t)$ несимметрии сети (см.(1.29), (1.30), (1.36) и схему на рис. 1.15) оказывался пренебрежимо малым. Поэтому синусные и косинусные составляющие на частоте ω порождались только структурой звена $U_0 \rightarrow e$ КНПС.

При переходе к воздушным и смешанным сетям 6-35 кВ амплитуда θ_m тока несимметрии $\theta(t)$ отлична от нуля и заранее неизвестна. Произвольная фаза ϑ этого тока может создавать на частоте сети ортогональные (синусные и косинусные) составляющие по отношению к любому опорному колебанию на частоте ω . Если опорное колебание $U_0(t)$ совпадает с (1), то произвольный ток несимметрии примет вид

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \theta_m \cos(\omega t + \vartheta) = \theta_{C1} \cos(\omega t + \varphi_0) + \theta_{S1} \sin(\omega t + \varphi_0), \\ \theta_m^2 &= \theta_{C1}^2 + \theta_{S1}^2, \quad \theta_{C1} = \theta_m \cos(\vartheta - \varphi_0), \quad \theta_{S1} = \theta_m \sin(\vartheta - \varphi_0). \end{aligned} \quad (49)$$

Наличие синусных и косинусных составляющих в составе тока несимметрии делает составляющие на выходе $e(t)$ звена $U_0 \rightarrow e$ зависимыми как от параметров звена C и g (рис. 4.1), x и g (рис. 4.2), так и от параметров θ_{S1} , θ_{C1} тока несимметрии (49). Поэтому ценную измерительную информацию о параметрах изоляции на частоте ω не удаётся получить без специально принятых мер. Такой мерой является предварительное (до подключения конденсатора C_0) аннулирование синусных

и косинусных составляющих в напряжении $e(t)$ звена $U_0 \rightarrow e$. Так, располагая независимым источником напряжения $E(t)$ с регулируемой амплитудой E_m и фазой α на частоте ω , т.е.

$$E(t) = E_m \cos(\omega t + \alpha), \quad (50)$$

нетрудно осуществить компенсацию части напряжения $e(t)$, которая связана только с током несимметрии, при помощи $E(t)$, а именно:

$$e(t) - E(t) \equiv 0. \quad (51)$$

Тождество (51) будет иметь место при

$$E_m = e_m = \theta_m |W(i\omega)|, \quad \alpha = \vartheta + \varphi(\omega). \quad (52)$$

Полученные условия компенсации вредных составляющих позволяют смотреть на воздушные и смешанные сети 6–35 кВ как на кабельные с пренебрежительно малым уровнем напряжения

$$e_0(t) = e(t) - E(t), \quad (53)$$

порождённого естественным током несимметрии (49). При этом, разумеется, надо контролировать тождество (51) при каждом измерении, что является платой за получение измерительной информации о параметрах изоляции при наличии помех типа (49).

Образованный новый выход $e_0(t)$ звена $U_0 \rightarrow e_0$ будет ненулевым при условиях (52) в том и только в том случае, если в одну из фаз подключить конденсатор C_0 , как это делалось выше. По отношению к этому новому выходу $e_0(t)$ оказываются справедливыми все выкладки и формулы (1)–(48), если в них e заменить на e_0 , e_m – на e_m^0 , порождённых напряжением $U_0(t)$. Следовательно, мы имеем дело как бы с искусственным “симметрированием” сети по результату воздействия ненулевого тока несимметрии (49) на измеряемую координату $e(t)$. Полезно подчеркнуть также, что успешность подхода полностью зависит от свойства линейности звеньев $U_0 \rightarrow e$ (рис. 4.1 и 4.2). Если бы линейности (см. разд. 1.3.4) не оказалось, то не удалось бы скомпенсировать

вредные составляющие в напряжении $e(t)$ посредством напряжения $E(t)$. Это означало бы, что неконтролируемые параметры сигнала (49) вошли в каналы измерения параметров C и g изоляции через нелинейные элементы.

ГЛАВА 5

АНАЛИЗ ОБЩЕСЕТЕВЫХ И СЕЛЕКТИВНЫХ ЗАЩИТ В СИСТЕМАХ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ НАРОДНОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

5.1. Разработка математической модели импульсов тока при дуговых замыканиях сети на землю и её применение.

5.1.1. Теория перенапряжений в высоковольтных системах изобилует гипотезами, в основу которых кладутся различные предположения об условиях возникновения и гашения дуги электрического тока при однофазных повреждениях изоляции. Самая ранняя из них теория немецкого учёного Петерсена (1915) связывает возникновение дуги с величинами максимальных по модулю рабочих напряжений на дуге, и гашение – со сменой полярности самых высокочастотных (ВЧ) составляющих тока через место дугового пробоя изоляции. В аналогичной теории Петерса–Слепяна условия обрыва дуги связываются уже со сменой полярности тока промышленной частоты. И, наконец, предложена теория Н.Н. Белякова (ВНИИЭ, Москва), в основу которой положены теории Петерсена и Петерса–Слепяна при условии, что величина напряжения пробоя $U_{пр}$ определяется не максимальными уровнями напряжений, а скоростью восстановления электрической прочности изоляции во времени. Причем, ни в одной из существующих теорий в явном виде не ставится вопрос о форме и свойствах импульсов тока пробоя. Если условия ослабления диэлектрической прочности изоляции и начала развития дугового процесса можно считать изученными и адекватно объясняемыми с точки зрения теории Белякова Н.Н. и двух других теорий, то условия формирования собственно импульсов тока дуги изучены в гораздо меньшей степени. Особенно это ощущается при чисто качественных исследованиях дуговых процессов в трёхфазных сетях напряжением до 35 кВ, где вопросы подавления дуги аппаратными средствами являются актуальными [30]. Согласно упомянутых теорий

задний фронт импульса формируется при смене полярности тока, т.е. фактически при нуле напряжения на дуге, так как $I_0(t)$ и напряжение $U_0(t)$ связаны между собой законом Ома. Можно руководствоваться также гипотезой, что форма отдельно взятых импульсов конечной длительности связана с режимом заземления нейтрали. И то, и другое стимулирует интерес к изучению реальных импульсов тока, сводящихся при заданности переднего фронта к оценке длительности и условиям образования заднего фронта этих импульсов.

Напомним, что стандартной математической моделью КНПС в режиме С является комбинированная модель, основанная на чередовании во времени модели КНПС в режиме В и модели КНПС в режиме А. Поэтому справедливое для режима В уравнение в некоторой обобщённой форме

$$\{(LCD^2 + (RC + Lg)D + 1 + Rg\} e(t) = (LD + R)I_0(t), \quad (1)$$

$$I_0(t) = g_0 U_0(t) = g_0 U_3(t) = g_0 [E_3(t) - e(t)], \quad g_0 = 1/R_0, \quad (2)$$

даёт весь набор математических моделей КНПС, получающихся из (1), (2) при известных условиях, а именно: для сетей с незаземленной нейтралью (сеть с НЗ-нейтралью) при

$$L = 0, \quad R = R_\infty = \infty; \quad (3)$$

для сетей с RC-нейтралью, т.е. с заземлением нейтрали через резистор R , при

$$L = 0, \quad R < \infty; \quad (4)$$

для сетей с LC-нейтралью, т.е. с заземлением нейтрали через индуктивность L , при

$$L \neq 0 \quad (0 < L < \infty), \quad R = R_L, \quad (5)$$

где R_L – достаточно малое сопротивление меди витков ДГР или вводимое последовательно с ДГР некоторое активное сопротивление. Фигурирующий в комбинированной модели КНПС режим В характеризуется весьма малым активным сопротивлением $R_0 = 1/g_0$ места

ионизации дугового промежутка и в силу количественной неопределённости этой малости будем полагать далее, что

$$R_0 \rightarrow 0, \quad g_0 \rightarrow \infty. \quad (6)$$

Математические модели КНПС в режиме В соответственно для условий (3), (4), (5) описываются уравнениями

$$[R_0(CD + g) + 1]e(t) = E_3(t), \quad [R_0(RCD + 1 + Rg) + R]e(t) = RE_3(t), \quad (7)$$

$$\{R_0LCD^2 + [R_0(RC + Lg) + L]D + R_0(1 + Rg) + R\}e(t) = (LD + R)E_3(t), \quad (8)$$

вырождающимися при (6) в предельные соотношения:

$$e(t) = E_3(t), \quad (LD + R)e(t) = (LD + R)E_3(t). \quad (9)$$

Согласно условиям (3), (4), (5) из (1) получаются соответственно математические модели КНПС в режиме А для сетей с различными способами заземления нейтрали:

$$(CD + g)e(t) = 0, \quad (RCD + 1 + Rg)e(t) = 0, \quad (10)$$

$$[LCD^2 + (RC + Lg)D + 1 + Rg]e(t) = 0 \quad (11)$$

и с теми начальными условиями по координате $e(t)$, которые она приобретает в режиме В в момент скачкообразного перехода КНПС в режим А при $t = t_0 + \Delta$.

Поскольку процесс вхождения КНПС в режим В задан, то локальное поведение КНПС в режиме В определяется дифференциальными уравнениями (7), (9) и нулевыми начальными условиями при $t = t_0$. Их решения при однократном пробое и фиксированном $R_0 \rightarrow 0$ равны

$$e(t) = E_3(t_0)K_i(1 - e^{-\frac{t-t_0}{T_i}}), \quad i = 1, 2, 3, \quad (12)$$

где

$$K_1 = (1 + R_0g)^{-1}, \quad K_2 = R[R + R_0(1 + Rg)]^{-1}, \quad K_3 = 1, \quad T_1 = R_0C,$$

$$T_2 = R_0C[1 + (1 + Rg)R_0/R]^{-1}, \quad T_3 = L/R.$$

Приведённые решения (12) тем точнее, чем короче интервал $[t_0, t_0 + \Delta]$ существования режима В. В противном случае, следует учесть характер изменения $E_3(t)$ в решениях (12) в окрестности $[t_0, t_0 + \Delta]$. Анализируя локальное поведение существенных координат $e(t)$, $U_3(t)$, $E_3(t)$ приходим к следующим выводам (см. раздел 3).

1. В начале пробоя изоляции сеть из режима А скачком переходит в режим В с низким сопротивлением R_0 ионизированного промежутка. При этом формируется передний фронт импульсов тока, и он воспринимается на интервале существования режима В как единственный скачок

$$1(t - t_0) = (0 \text{ при } t < t_0, 1 \text{ при } t \geq t_0) \quad (13)$$

с множителем, равным уровню тока $I_m^0 = U_3(t_0) / R_0 = E_3(t_0) / R_0$.

2. Переход КНПС в режим В сопровождается быстрым переходным процессом (12) независимо от способа заземления нейтрали.
3. Быстрый подъём уровня напряжения $e(t)$, определяемый постоянными времени T_i , $i = 1, 2, 3$ не прекращается, пока разность напряжений $E_3(t) - e(t)$ при $t \geq t_0$ не достигнет уровня напряжения $U_{об}$ обрыва дуги. Согласно известных теорий и закона Ома $U_{об} \rightarrow 0$. При этом формируется задний фронт и конечная длительность Δ импульса тока пробоя в момент $t = t_0 + \Delta$.
4. Воздействие скачкообразного тока пробоя типа (13) на ВЧ-контур сети возбуждает в них ВЧ-колебательные составляющие, при известных условиях приводящие к перенапряжениям.

Приведённых соображений вполне достаточно, чтобы подвергнуть сомнению в существующих теориях физику процессов формирования импульсов тока пробоя. Первое противоречие состоит в том, что в сети с LC-нейтралью ширина импульса согласно расчёту из уравнения (9) равно трём постоянным времени, т.е. $\Delta = 3T_3 = 3L/R$, что абсолютно не согласуется с практическими наблюдениями. Например, в сети с LC-нейтралью собственных нужд ТЭС длительности Δ различаются не менее, чем на порядок: практически $\Delta < 0,0005$ с, расчётно $\Delta = \Delta_m = 0,005$ с, т.е. в соответствии с теорией Петерса – Слепяна. Второе противоречие касается того, как формируется задний фронт импульса. По теории Пе-

терсена смена полярности ВЧ-колебаний, возбуждаемых скачком тока типа (13), должна привести к прекращению общего тока, но тогда нарастание уровня напряжения $e(t)$ согласно уравнений (7)–(11) с постоянными T_i , $i = 1, 2, 3$ в (12) за столь короткое время $\Delta_{\text{н}}$ не достигает значений, даже близких к наблюдаемым на практике. Поэтому существующие механизмы образования импульсов тока пробоя изоляции следует признать неудовлетворительными, а саму идею конечности длительности Δ -импульсов – малопригодной для адекватного объяснения явлений при дуговых пробоях изоляции.

5.1.2. Вернёмся к началу рассуждений и рассмотрим соотношение (2) в качестве именно источника коротких и мощных дельта-образных (см. раздел 3) импульсов $I_0(t)$, возникающих в момент $t = t_0$ пробоя изоляции. Амплитуда этих импульсов определяется соотношением (2) и моментом t_0 : $I_m^0 = U_3(t_0) / R_0$. Как правило, ниже будем иметь в виду первый дуговой пробой. Это означает, что до момента t_0 КНПС находился в режиме А, в моменты $t \geq t_0$ – в режиме В, ток $I_0(t) = I_m^0 1(t - t_0)$ скачкообразно принимает значение от нуля до $I_m^0 = E_3(t_0) / R_0$, а длительность Δ существования режима В полностью определяется скоростью перезаряда емкостей C_i ($i=1, 2, 3$) сети. Воспользуемся далее неопределённостью величины сопротивления R_0 места ионизации. В самом деле, если $R_0 \rightarrow 0$, то задавая дискретную последовательность их уменьшения типа $R = R_{0n} = 2/n$ Ом, где $n = 2, 3, \dots, \infty$, получим соответствующую последовательность амплитуд $I_m^0 = I_m^{0n} = E_3(i_0) / R_{0n}$, $n=2, 3, \dots, \infty$. Нетрудно видеть, что при $n \rightarrow \infty$ амплитуда $I_m^{0n} \rightarrow \infty$, в то время как, исходя из конечности энергии перезаряда емкостей сети, величина Δ_n ($n=2, 3, \dots, \infty$) обязана стремиться к нулю. Последнее утверждение, вообще говоря, согласуется с теорией Петерсена обрыва дуги при смене полярности самых высокочастотных (ВЧ) составляющих и связывается нами с последовательным возрастанием скорости перезаряда фазных емкостей сети по мере снижения $R_0 = R_{0n}$ при $n \rightarrow \infty$. Нетрудно видеть, что возникающая последовательность дельтаобразных импульсов тока пробоя свободно укладывается в определение 2.3 дельта-функции. Речь идет, следовательно, о восприятии импульсов тока пробоя в качестве одной из физических

реализаций дельта-функции. Хорошо известно однако, что дельтаобразных последовательностей, как и физических реализаций может быть бесчисленное множество, в то время как предел один – это дельта-функция. Значение вывода трудно переоценить: работать с δ -функциями гораздо проще, быстрее решаются известные и новые прикладные и теоретические задачи и кроме того в распоряжении оказывается принципиально новая математическая модель импульса тока пробоя изоляции. Вопрос об отождествлении реального импульса тока пробоя изоляции с математически строгим понятием δ -функции все же существует из-за формы перезарядных импульсов тока, которая искажается колебательными токами контуров, образованных малыми реактивными параметрами проводников, оболочек и заземлителей кабелей, а также аналогичными параметрами фазных источников (см. рис. 1.8). Строгое математическое обоснование выдвинутого положения осложняется таким образом и распределённостью существенных параметров и наличием паразитных токов ВЧ-контуров в перезарядных цепях, и кроме того не до конца ясной картиной электрофизических процессов в месте ионизации при однофазном повреждении изоляции. Именно в подобных ситуациях становятся эффективными и экономичными те подходы к решению проблемы, которые базируются на методах идентификации, предлагаемых в теории автоматического управления. Один из принципов применительно к обсуждаемым вопросам, гласит: если разность реакций одного и того же объекта на воздействие типа δ -функции и на реальное воздействие при пробое изоляции тождественно равна нулю, то реальное воздействие является δ -функцией. Анализируя подобным образом теоретически и экспериментально полученные реакции на однократные пробои изоляции в сетях с LC -нейтралью и в сетях с $H3$ -нейтралью, приходится убеждаться, что математической моделью реального импульса тока при пробое изоляции действительно является δ -функция.

Ниже даётся более упрощенный, но не менее убедительный анализ подобных ситуаций для сетей с сосредоточенными параметрами и без учёта малых активных и реактивных параметров сети и её фазных источников.

5.1.3. Хорошо известно, что металлическое ОЗ при $R_0 = 0$ всегда приводит к изменению напряжений на емкостях C_i ($i=1,2,3$) фаз сети

относительно земли. Если в режиме А при $e(t) \equiv 0$ до момента t_0 металлического ОЗ напряжение $U_i(t)$ на емкостях C_i были равны значениям фазных ЭДС (см. рис. 1.8), а именно:

$$U_3(t) = E_3(t), U_2(t) = E_2(t), U_1(t) = E_1(t), t \leq t_0 - t_\varepsilon, \quad (14)$$

то металлическое замыкание фазы 3 на землю делает их равными

$$\begin{aligned} U_3(t) &= 0, U_2(t) = -E_{23}(t) = -[E_3(t) - E_2(t)], \\ U_1(t) &= E_{31}(t) = E_1(t) - E_3(t), t \geq t_0 + t_\varepsilon, \end{aligned} \quad (15)$$

где t_ε – сколь угодно малое численное значение временного интервала, в пределах которого происходит указанный скачок напряжений (14), (15). При мгновенном переходе из состояния (14) в состояние (15) величина $t_\varepsilon = 0$ и следовательно $t_0 \pm t_\varepsilon = t_0 \pm 0$, а сами эти соотношения (14), (15) принимают вид

$$U_3(t_0 - 0) = E_3(t_0 - 0), U_2(t_0 - 0) = E_2(t_0 - 0), U_1(t_0 - 0) = E_1(t_0 - 0), \quad (16)$$

$$U_3(t_0 + 0) = 0, U_2(t_0 + 0) = E_2(t_0 + 0) - E_3(t_0 + 0), \quad (17)$$

$$U_1(t_0 + 0) = E_1(t_0 + 0) - E_3(t_0 + 0),$$

где значение $f(t_0 - 0)$, берётся как предел $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} f(t_0 - \varepsilon)$ слева от скачка в момент t_0 и значение $f(t_0 + 0)$ берётся как предел $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} f(t_0 + \varepsilon)$ справа от скачка в момент t_0 .

Это означает, что каждая емкость C_ν (сѐ заряд $q_\nu(t) = C_\nu U_\nu(t)$, $\nu = 1, 2, 3$) оказывается заряженной до уровней напряжений (16), (17):

$$q_3(t_0 - 0) = C_3 E_3(t_0 - 0), q_2(t_0 - 0) = C_2 E_2(t_0 - 0), \quad (18)$$

$$q_1(t_0 - 0) = C_1 E_1(t_0 - 0),$$

$$q_3(t_0 + 0) = 0,$$

$$q_2(t_0 + 0) = C_2 [E_2(t_0 + 0) - E_3(t_0 + 0)], \quad (19)$$

$$q_1(t_0 + 0) = C_1 [E_1(t_0 + 0) - E_3(t_0 + 0)].$$

Общий ток $I_0(t)$ через место ОЗ будет равен суммарному току перезаряда каждой емкости C_v ($v=1,2,3$). При сохранении направленности тока, определяемого разрядом емкости C_3 поврежденной фазы, получим следующее общее выражение для этого тока

$$I_0(t) = \sum_{v=1}^3 Dq_v(t) = D[C_3 E_3(t_0) l(t-t_0)] + D[C_2 E_3(t_0) l(t-t_0)] + \quad (20) \\ + D[C_1 E_3(t_0) l(t-t_0)] = (C_1 + C_2 + C_3) E_3(t_0) D l(t-t_0) = C E_3(t_0) \delta(t-t_0),$$

где C – как и ранее, суммарная емкость фаз сети относительно земли. Таким образом, мгновенный переход сети из состояния (16) в состояние (17) однозначно приводит к четкой связи импульса тока пробоя $I_0(t)$ с δ -функцией (20), а именно

$$I_0(t) = q(t_0) \delta(t-t_0), \quad q(t_0) = C E_3(t_0) \quad (21)$$

и, вообще говоря, к уточнению размерности фигурирующих в (21) величин. Перезаряд $q(t_0)$ емкостей сети в момент t_0 , всегда соответствует размерности заряда, а δ -функция приобретает размерность c^{-1} . Важно подчеркнуть при этом, что численное значение $q(t_0)$ равно суммарной емкости сети, умноженной на значение ЭДС в момент t_0 фазы, в которой возник пробой. Процесс ионизации дугового промежутка сопровождается выделением конечной энергии перезаряда емкостей сети. Пользуясь новой математической моделью (21) импульса тока пробоя, исследуем поведение КНПС в режиме С на предмет его адекватности экспериментальным данным. Для этого следует отказаться от прежней комбинированной модели КНПС в режиме С (см. п.5.1.1) и принять для сети с LC-нейтралью следующую математическую модель:

$$[LCD^2 + (RC + Lg)D + 1 + Rg] e(t) = E_3(t_0)(LCD + RC) \delta(t-t_0). \quad (22)$$

Дифференциальное уравнение (22) получено на основании уравнения (1) и математической модели (21) импульсов тока при однократном пробое изоляции. Принимая во внимание, что первый пробой изоляции происходит обычно при нулевых начальных условиях

$$e(t_0) = 0, \quad De(t) = \dot{e}(t) \Big|_{t=t_0} = \dot{e}(t_0) = 0, \quad (23)$$

получаем [30] общее решение уравнения (22)

$$e(t) = 1(t - t_0) E_3(t_0) e^{-\sigma(t-t_0)} \sqrt{1 + \varepsilon^2} \cos(\Omega(t - t_0) + \gamma_\varepsilon), \quad (24)$$

где

$$\varepsilon = (\sigma - R/L) \Omega^{-1}, \quad \gamma_\varepsilon = \arctg \varepsilon, \quad \sigma = 2^{-1}(R/L + g/C), \\ \Omega^2 = (1 + Rg)(LC)^{-1} - \sigma^2.$$

При дуговом пробое в момент времени t_0 происходит подскок напряжения на нейтрали с нуля до напряжения источника повреждённой фазы в тот же самый момент t_0 , что находит отражение в модели (22) в разрыве первого рода решения (24). Этот фундаментальный факт известен из практических наблюдений как «быстрое снижение напряжения повреждённой фазы и медленное его восстановление». Последнее в терминах решения (24) отражается наиболее адекватно. Так, самое медленное затухание косинусоидального колебания (24) на частоте Ω , равной промышленной частоте ω сети, отвечает самому медленному восстановлению $U_3(t) = E_3(t) - e(t, t_0)$. При $\Omega \neq \omega$ происходит не столь медленное восстановление $U_3(t)$, хотя сброс напряжения до нуля в окрестности $t \geq t_0$ и некоторая бестоковая пауза также сохраняются.

При численном моделировании дугового пробоя приходится иметь дело с δ -функцией в правой части уравнения (22), что доставляет меньшие удобства, чем в комбинированной модели п. 5.1.1. Поэтому воспользуемся известным положением о том, что воздействие δ -функций на систему (22) эквивалентно сдвигу в начальных условиях уравнения (22) с нулевой правой частью и наоборот: чтобы не иметь дело с ненулевыми начальными условиями их преобразуют в эквивалентный входной сигнал, состоящий из комбинаций δ -функций. Формальным математическим аппаратом преобразований такого рода может служить преобразование Лапласа уравнения типа (22). Вывод формул пересчета сигнала $f(t)$ с δ -функциями

$$f(t) = E_3(t_0)(LCD + RC)\delta(t - t_0), \quad D = d/dt, \quad (25)$$

в исходном уравнении (22) в эквивалентные ему начальные условия

$$e_3(t_0), \quad \dot{e}_3(t) = De(t)|_{t=t_0}$$

однородного дифференциального уравнения

$$[LCD^2 + (RC + Lg)D + 1 + Rg]e_3(t, t_0) = 0 \quad (26)$$

можно начать с перевода этих уравнений (22) и (26) в область комплексного переменного s в соответствии с преобразованием Лапласа. Аналогами (22) и (26) в комплексной области будут соответственно алгебраические уравнения вида

$$Q(s)E(s) = E_3(t_0)(LCs + RC), \quad Q(s) = LCs^2 + (RC + Lg)s + 1 + Rg, \quad (27)$$

$$Q(s)E_3(s) = e_3(t_0)(LCs + RC + Lg) + \dot{e}_3(t_0)LC. \quad (28)$$

Для того, чтобы $E(s) = E_3(s)$ необходимо потребовать полного совпадения их правых частей, т.е.

$$E_3(t_0)(LCs + RC) = e_3(t_0)(LCs + RC + Lg) + \dot{e}_3(t_0)LC,$$

что и даёт точные значения искомых величин:

$$e_3(t_0) = E_3(t_0), \quad \dot{e}_3(t_0) = -E_3(t_0)gC^{-1}. \quad (29)$$

Это означает, что поведение системы (22), (23) при $t \geq t_0$ и поведение системы (26), (29) при $t \geq t_0$ неразличимо:

$$e(t) = e(t, t_0) = e_3(t) = e_3(t, t_0), \quad t \geq t_0.$$

Указанные решения совпадают и равны (24).

5.1.4. Рассмотрим случай повторного пробоя изоляции в момент t_1 , если первый пробой возник в момент t_0 при условиях (23). Сильное снижение R_0 при пробое восстанавливается, согласно теории Н.Н. Белякова, в соответствии с реальными условиями. Если скорость нарастания напряжения $U_0(t) = U_3(t) = E_3(t) - e(t, t_0)$ на дуге выше таковой напряжения $U_{пр}$ пробоя изоляции, то очевидно произойдёт второй пробой. Нетрудно предположить, что скорее всего это будет уже не при нулевых начальных данных (23). Эти условия будут заданы значениями в момент t_1 реакции $e(t) = e(t, t_0)$ на первый δ -импульс, который был в момент t_0 , т.е.

$$e(t_1) = e(t_1, t_0), \quad \dot{e}(t_1) = De(t, t_0)|_{t=t_1}. \quad (30)$$

Преобразование по Лапласу уравнения (22) с δ -импульсом, приложенным в момент t_1 :

$$[LCD^2 + (RC + Lg)D + 1 + Rg] e(t, t_1) = U_3(t_1)(LCD + RC) \delta(t - t_1), \\ t \geq t_1, \quad (31)$$

где
$$U_3(t_1) = E_3(t_1) - e(t_1, t_0), \quad t \geq t_1, \quad (32)$$
 даёт уравнение вида

$$Q(s)E(s, t_1) = U_3(t_1)(LCs + RC) + e(t_1, t_0)(LCs + RC + Lg) + \\ + \dot{e}(t_1, t_0)LC, \quad U_3(t_1) = U_{пр}. \quad (33)$$

Численное моделирование решения $e(t, t_1)$ потребует замены уравнения (31) на однородное с решением $e_3(t)$ и новыми начальными условиями

$$e_3(t_1), \quad \dot{e}_3(t) = De_3(t)|_{t=t_1} = \dot{e}(t_1),$$

отражающими наличие правой части уравнения (31). Преобразование по Лапласу однородного уравнения с эквивалентными начальными условиями приводит к уравнению

$$\begin{aligned} [LCs^2 + (RC + Lg)s + 1 + Rg]E_3(s) = \\ = e_3(t_1)(LCs + RC + Lg) + \dot{e}_3(t_1)LC, \end{aligned} \quad (34)$$

а приравнивание правых частей уравнений (33) и (34) даёт формулы

$$e_3(t_1) = E_3(t_1), \quad \dot{e}_3(t_1) = \dot{e}(t_1, t_0) - gC^{-1}[E_3(t_1) - e(t_1, t_0)]. \quad (35)$$

Нетрудно написать формулы типа (35) для однородного уравнения (31) при последующем, третьем пробое в некоторый момент $t = t_2$

$$e_3(t_2) = E_3(t_2), \quad \dot{e}_3(t_2) = \dot{e}(t_2, t_1) - gC^{-1}[E_3(t_2) - e(t_2, t_1)], \quad (36)$$

где $e(t_2, t_1)$ равно значению решения $e(t, t_1)$ при $t = t_2$. Для $n+1$ δ -импульса условия (29), (35), (36) сворачиваются в общую формулу вида

$$e_3(t_n) = E_3(t_n), \quad \dot{e}_3(t_n) = \dot{e}(t_n, t_{n-1}) - gC^{-1}[E_3(t_n) - e(t_n, t_{n-1})], \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (37)$$

5.1.5. Для анализа работоспособности селективной защиты при дуговых пробоях изоляции математическая модель импульса тока пробоя изоляции в форме (21) чаще не подходит из-за того, что она основана на перезаряде суммарных емкостей C_ν ($\nu=1, 2, 3$) фаз относительно земли. Обозначим емкости фаз относительно земли i -го присоединения через C_ν^i ($\nu=1, 2, 3$, $i=1, \dots, M$). Тогда аналогичные суммарные емкости сети будут равны

$$C_\nu = \sum_{i=1}^M C_\nu^i, \quad \nu = 1, 2, 3. \quad (38)$$

Тогда величина суммарного заряда в (21)

$$q(t_0) = E_3(t_0) \sum_{\nu=1}^3 \sum_{i=1}^M C_\nu^i = \sum_{i=1}^M E_3(t_0) C^i = \sum_{i=1}^M q^i(t_0), \quad (39)$$

где C^i – суммарная собственная емкость i -го присоединения, $q^i(t_0)$ – величины перезаряда фазных емкостей C_ν^i ($\nu=1, 2, 3$) i -го присоединения. В соответствии с (38), (39) в момент $t = t_0$ собственные токи I^i перезаряда фазных емкостей будут равны

$$I'(t) = C^i E_3(t_0) \delta(t - t_0), \quad i = 1, 2, 3, \dots, M. \quad (40)$$

Направления токов $I'(t)$ имеют определяющее значение в задачах селективной защиты. Если i -присоединение повреждено, то все токи (40) направлены в сторону этого повреждения, кроме очевидно собственно тока i -го присоединения. Полезно ещё одно рабочее правило: из повреждённых присоединений токи (40) порознь вытекают; а в повреждённое присоединение эти токи втекают, образуя импульсный ток типа (21), ослабленный на величину лишь собственно тока присоединения:

$$I'(t) = (C - C^i) E_3(t_0) \delta(t - t_0), \quad i = 1, 2, 3, \dots, M.$$

Таким образом, основываясь на интерпретации токовых импульсов при дуговых пробоях изоляции сети в качестве одной из физических реализаций дельта-функции разработаны предпосылки успешного развития теории защит общесетевого и селективного действий. Эти разработки позволяют по-новому понять механизмы дугогашения, использовать их для анализа работоспособности селективных защит при глухих и дуговых однофазных замыканиях, а также по-новому моделировать дугу при численных исследованиях на ЭВМ. Представление о стандартной реакции КНПС на дельта-импульс тока пробоя приводит к переосмыслению всех вопросов оптимизации систем электроснабжения с этой точки зрения, а также, к строгому детерминированному обоснованию эффективности резонансного заземления в сетях. Ускорение решений и предельное упрощение многих задач электроснабжения превращает данный подход в практический и теоретический инструмент получения новых результатов как в релейной защите, так и в технике автоматического управления режимами нейтрали.

5.2. Режим резонансного заземления нейтрали сети как главное общесетевое средство защиты от замыканий на землю.

Существующая терминология [15,16] по режимам резонансного заземления нейтрали сетей 6–35 кВ, назовём их сетями с LC -нейтралью, ориентирована в основном на режим В и полностью связывается с компенсацией емкостных токов ОЗ, т.е. той их части, которая обусловлена наличием емкостей фаз сети относительно земли. В терминах гл.1,3 это

означает, что резонансная настройка КНПС в режиме А, обеспечивающая нулевую амплитуду V_c косинусной составляющей (3.31) в (1.66), (1.67) минимизирует в режиме В вынужденную составляющую решения $U_3(t)$ так, что на участке с повреждением действует лишь небольшая остаточная составляющая $U_3(t)=U_{осм}(t)$. Компенсируемый ток ОЗ, равный

$$I_0(t) = I_{осм}(t) = g_0 U_{осм}(t),$$

обусловлен теперь только ненулевой добротностью ДПР и тангенсом угла потерь изоляции сети. Минимум выделения в месте ОЗ реактивной мощности создаёт благоприятные условия электро- и пожаробезопасности. Однако, это относится к тем примерно 15% случаям ОЗ, когда замыкание не устранимо без ремонта. В оставшихся 85% случаях однофазные замыкания по данным [15,16,30] самоустраиваются и дело, следовательно, не доходит до повреждений, не устранимых без ремонта. КНПС оказывается вовлеченным в режим С и посредством автоматики приходится поддерживать в нём условия резонансной настройки в каждый момент времени. При этом наблюдается так называемый [30] эффект самозащиты сети, сводящийся к быстрому (скачком) снижению напряжения $U_3(t)$ повреждённой фазы до напряжения обрыва дуги (см. гл. 3) за счёт только условия резонанса КНПС и энергии, вводимой импульсом тока через место пробоя изоляции. Яркое выраженное торможение процесса развития аварий и собственно самоликвидация ОЗ связываются таким образом с реакцией РОУ на однократный δ -импульс. Именно подобного рода реакция при $t \geq t_0$ в форме затухающей косинусоиды на частоте резонанса и первый, наибольший максимум её модуля в точке $t=t_0$ пробоя изоляции, равный значению ЭДС $E_3(t)$ в той же самой точке, обеспечивают эффект самозащиты сети на уровне чисто электрических, т.е. с максимальным быстродействием, переходных процессов. Определяющим следствием с точки зрения борьбы с ОЗ без отклонения сети является образование бестоковых пауз $T_{бт}$ после каждого пробоя изоляции. В этом собственно и состоит главное содержание термина общесетевая защита, так как именно в пределах возникающих бестоковых пауз автономно протекают процессы деионизации дугового промежутка и восстановления таким образом электрической прочности изоляции в месте ОЗ. Чем больше длитель-

ность $T_{\text{от}}$, тем эффективнее защита. Оптимизация показателя имеет место очевидно в сетях с LC -нейтралью, что и подтверждает статистика самоликвидирующихся ОЗ [15,16,30]. Углубление смысла общесетевой защиты можно связать с полным подавлением дугowych ОЗ на основе резонансного заземления и полной компенсации остаточных напряжений $U_{\text{ост}}(t)$ промышленной частоты ω . Условимся называть такие сети сетями с полностью компенсированной (ПК) нейтралью.

5.3. Анализ одноканальных токовых селективных защит в трёхфазных сетях с резонансным заземлением нейтрали.

Защита от ОЗ, осуществляемая путем отделения только повреждённого присоединения от сети, называется селективной или избирательной. Действие селективной защиты может быть основано: на сигналах промышленной частоты (первая группа) и на сигналах не промышленных частот (вторая группа). Серийно освоенными являются устройства селективной защиты первой группы типов РТЗ и ЗЗП, и их модификаций. Устройства второй группы все ещё не вышли из стадии разработок и освоения в производстве. Поэтому внимание сосредоточим на устройствах типа ЗЗП и токовых защитах.

Наиболее простые токовые защиты строятся по одноканальному принципу с измерением единственной координаты: тока нулевой последовательности (ТНП) при помощи специального датчика – трансформатора тока (ДТНП), которым оснащают каждое защищаемое присоединение. Информативным признаком селективности служит достаточный уровень амплитуды первой, основной гармоники тока ОЗ, который непрерывно сравнивается с заданным уровнем-уставкой этой амплитуды. Превышение уставки приводит к срабатыванию аппарата и последующему отключению участка сети с повреждением. Приведённое ранее описание КНПС в режимах В и С с добавлением описания ДГР составляют полную систему уравнений для определения напряжения $e(t)$ смещения нейтрали, которое является общим для всей сети и каждого отдельного присоединения.

Проанализируем процессы прохождения информационных сигналов в периферийных устройствах защиты. С этой целью рассмотрим i -е присоединение со следующими символами: $C_k^i, g_k^i, I_k^i(t)$ ($i=1,...,M, k=1,2,3$) - емкость, активная проводимость,

ток k -той фазы i -того присоединения при ОЗ, так что $I'(t) = I'_1(t) + I'_2(t) + I'_3(t)$ является током нулевой последовательности i -присоединения, измеряемым ДТНП с коэффициентом передачи K'_T в форме сигнала u^i . Напряжения $E_k(t), U_k(t)$ ($k=1,2,3$) и $e(t)$ имеют прежний смысл. Информационный сигнал равен

$$\begin{aligned} u^i(t) &= K'_T I'(t), \quad I'(t) = \sum_{k=1}^3 (C'_k D + g'_k) U_k(t) = \\ &= \sum_{k=1}^3 (C'_k D + g'_k) E_k(t) - \left[\left(\sum_{k=1}^3 C'_k \right) D + \left(\sum_{k=1}^3 g'_k \right) \right] e(t). \end{aligned} \quad (41)$$

Обозначим ток несимметрии i -присоединения через $\theta^i(t)$, а ток i -присоединения, обусловленный ненулевой величиной напряжения нейтрали сети, через $\theta_e^i(t)$. Тогда

$$\begin{aligned} I^i(t) &= \theta^i(t) - \theta_e^i(t), \quad \theta^i(t) = \sum_{k=1}^3 (C'_k D + g'_k) E_k(t), \\ \theta_e^i(t) &= (C^i D + g^i) e(t), \quad C^i = \sum_{k=1}^3 C'_k, \quad g^i = \sum_{k=1}^3 g'_k. \end{aligned} \quad (42)$$

В режиме А в симметричном присоединении, т.е. при $C'_k = C'_\phi, g'_k = g'_\phi, k=1,2,3$ ток $\theta^i(t)$ строго равен нулю. Если вся сеть симметрична, т.е. при $C_k = C_\phi, g_k = g_\phi$ ($k=1,2,3$), то согласно (1.57) – (1.59) и $e(t) \equiv 0$.

Возникновение однофазной утечки $g_{\phi\phi}^i$ в i -м присоединении создаёт токи

$$\theta^i(t) = g_{\phi\phi}^i E_3(t), \quad \theta^k(t) \equiv 0, \quad k=1,2,\dots,M, \quad k \neq i. \quad (43)$$

$$\theta_e^i(t) = (C^i D + g^i) e(t) = S^i(D) e(t) + g_{\phi\phi}^i e(t). \quad (44)$$

Проводимость $g_{\phi\phi}^i$ i -присоединения входит автоматически в проводимость g_0 сети и даже при полной её симметрии в режиме А появляется ненулевое $e(t)$, порождая таким образом собственные ёмкостный $C^i D e(t)$ и активный $g^i e(t)$ токи i -присоединения тем больше, чем больше ем-

кость C^i и активная проводимость g^i того же присоединения соответственно. Вследствие этого индикация состояния ОЗ в i -присоединении по сигналу (41) становится нечёткой, так как наряду с полезным сигналом (43) присутствует мешающий сигнал (44):

$$I^i(t) = g_{\sigma}^i[E_3(t) - e(t)] + S^i(D)e(t) \quad (45)$$

и не столько в i -присоединении, сколько в остальных ν -присоединениях

$$I^{\nu}(t) = -\theta_e^{\nu}(t) = -S^{\nu}(D)e(t), \quad \nu \neq i, \quad \nu = 1, 2, \dots, M. \quad (46)$$

Большие по амплитуде емкостные и активные токи, что зависит от протяжённости присоединения, являются типичной причиной ложных срабатываний устройств селективной защиты. Для отстройки от помех (46) обычно повышают порог срабатывания устройств защиты присоединений, а также стремятся оснащать подобной защитой только короткие присоединения, имеющие небольшие собственные емкости C^{ν} и проводимости g^{ν} , $\nu = 1, 2, \dots, M$. Для продольной селективности используют дифференциальную токовую защиту с использованием двух ДТНП, размещаемых в начале и в конце защищаемого участка, с целью отсеять общую часть подобных токов нулевой последовательности.

Полагая собственные токи присоединений достаточно малыми, рассмотрим работоспособность токовой защиты в i -присоединении в сети с LC -нейтралью. Информация (43), доставляемая напряжением (41) в режиме В, преобразуется в сигнал, по которому селективно срабатывает защита i -присоединения. Однако в сети с LC -нейтралью происходит общесетевая защитная минимизация тока ОЗ. Это означает, что напряжение $e(t)$ нейтрали с высоким быстродействием стремится в случае (44), (45) к $E_3(t)$, осуществляя тем самым как бы стирание информации (45) об однофазном замыкании, т.е.

$$I^i(t) = g_{\sigma}^i(E_3(t) - e(t)) \rightarrow 0 \text{ при } e(t) \rightarrow E_3(t). \quad (47)$$

Соотношение (47) иллюстрирует процесс выведения из нормального функционирования токовой защиты в сети с LC -нейтралью, не говоря

уже о сети с ПК-нейтралью. В этом, правда, нет ничего неожиданного, так как высокая эффективность общесетевой защиты опережает по быстройдействию селективную защиту, в срабатывании которой уже нет необходимости. Однако, выведенная из действия, токовая защита приобретает новое качество: функцию резервной защиты на случай большой расстройки резонанса КНПС или выхода из строя общесетевой защиты. Действительно, при указанных условиях напряжение $e(t)$ в (47) уже не стремится к $E_3(t)$ и информация об аварии становится реализуемой аппаратом защиты в режиме В. Более того, при возникновении второго замыкания на землю (ЗНЗ) в ν -той фазе того же присоединения, что сопровождается дополнительным током, ток (45) становится равным

$$I'(t) \simeq g'_{\alpha\alpha} [E_3(t) - e(t)] + g'_{\alpha\nu} [E_\nu(t) - e(t)], \quad \nu = 1, 2, \quad (48)$$

и переходящим при $e(t) \rightarrow E_3(t)$ в ток вида

$$I'(t) \simeq g'_{\alpha\alpha} [E_3(t) - E_3(t)] + g'_{\alpha\nu} [E_\nu(t) - E_3(t)], \quad \nu = 1, 2. \quad (48)$$

Первое слагаемое вследствие общесетевой защитной минимизации токов равно нулю и общий ток I' теперь будет пропорционален линейному напряжению:

$$I'(t) \simeq g'_{\alpha\nu} [E_\nu(t) - E_3(t)], \quad \nu = 1, 2. \quad (49)$$

Информация (49) служит надёжным сигналом для защитного отключения i -присоединения из-за возникшего режима неоднородного замыкания на землю.

Если в момент действия тока первого замыкания (45) второе замыкание $g'_{\alpha\nu}$ произошло в r -м присоединении, то

$$I'(t) \simeq g'_{\alpha\nu} [E_\nu(t) - E_3(t)], \quad r = 1, 2, \dots, M, \quad r \neq i. \quad (50)$$

Всюду имеется в виду, что первое ОЗ было в фазе 3 системы электроснабжения. Как видно, появление второго замыкания на землю после осуществления общесетевой защиты по отношению к первому замыканию считается аварийным и r -присоединение надёжно отключается

земляной защитой в сети с LC -нейтралью, как бы оберегая режим однофазного ЗНЗ. Таким образом, с принципиальной точки зрения совместное функционирование селективной токовой защиты и общесетевой защиты возможно и нет надобности модернизировать земляные защиты в режимах В при переходе к сетям с LC -нейтралью или к сетям с ПК-нейтралью. В режимах С существующая токовая защита неработоспособна в любых системах электроснабжения.

5.4. Эффективность улучшенных токовых защит в сети с LC -нейтралью.

В плане улучшения работоспособности токовой защиты собственные емкостные и активные токи защищаемых присоединений можно компенсировать в измерительных цепях ДТНП. Это предложение было сделано инженером-энергетиком ещё в 40-х годах. В терминах ТАУ подобное мероприятие сводится к организации в присоединении параллельной (ненастраиваемой или автоматически настраиваемой) модели защищаемого участка сети с передаточной функцией $S_{\mathbf{m}}^i(D) = C_{\mathbf{m}}^i D + g_{\mathbf{m}}^i$ от напряжения $e(t)$ или от напряжений $U_q(t)$ ($q=1,2,3$) к току $I_{\mathbf{m}}^i(t)$.

Разностный ток $I_p^i(t)$ УДТНП (улучшенного ДТНП) в этом случае с учётом (42), (44) будет равен

$$I_p^i(t) = I^i(t) - I_{\mathbf{m}}^i(t) = \theta^i(t) - [S^i(D) - S_{\mathbf{m}}^i(D)]e(t). \quad (51)$$

Параметры $C_{\mathbf{m}}^i$ и $g_{\mathbf{m}}^i$ модели $S_{\mathbf{m}}^i(D)$ выбирают в соответствии с условием

$$C_{\mathbf{m}}^i = C^i, \quad g_{\mathbf{m}}^i = g^i, \quad i=1,2,\dots,M. \quad (52)$$

С учётом (52) информационная координата $I_p^i(t)$ УДТНП при ОЗ $g_{\alpha\beta}^i = g_{\alpha\beta}$ уже строго равна

$$I_p^i(t) = g_{\alpha\beta} [E_3(t) - e(t)]. \quad (53)$$

Токи (46) остальных присоединений будут при этом тождественно нулевыми.

При ЗНЗ в двух точках сети разностный ток $I_p^i(t)$ строго, в отличие от (48) – (50), равен

$$I_p^i(t) = g_{\omega}^i [E_3(t) - e(t)] + g_{\omega\nu}^i [E_\nu(t) - e(t)], \quad \nu = 1, 2, \quad (54)$$

что свидетельствует об эффективности подобных мер коррекции. Функциональные схемы устройств селективной защиты являются весьма простыми и на них мы останавливаться не будем. Скажем лишь, что они требуют трёхфазного трансформатора напряжения на распределительном пункте или в присоединениях, и, следовательно, двухканального исполнения токовой защиты. Развитие токовых защит в этом направлении, вообще говоря, позволяет добиться их работоспособности и в режимах С. В каждом датчике ДТНП при этом должен быть предусмотрен резонансный (на частоте сети) усилитель с высокой добротностью. В режиме С он будет играть роль аналоговой памяти в виде реакции на δ -импульс тока пробоя, режиму же В это не противоречит. Возникновение в момент $t = t_0$ однократного δ -импульса дуги в i -присоединении приводит к ударному возбуждению при $t \geq t_0$ главным образом i -го резонансного усилителя, что сопровождается колебательным процессом в виде медленно затухающей косинусоиды на частоте сети. Информативным сигналом по-прежнему является амплитудный признак возбуждённого колебания, который регистрируется и преобразуется в полезный сигнал на отключение в сети с LC -нейтралью. Подчеркнём, что ударное возбуждение и последующая реакция $e(t)$ не играют роли для неповреждённых присоединений, так как её влияние (42), (44)–(46) на работоспособность аппаратов защиты скомпенсировано (51)–(54) указанной выше корректирующей связью с параметрами (52). Развитие защит с использованием двух источников информации пошло однако по пути синхронного детектирования процессов, возбуждаемых по каналу измерения тока и по каналу измерения напряжения в каждом из аппаратов, рассеянных по трассам прокладки кабелей или централизованного исполнения.

5.5. Анализ двухканальных селективных защит, основанных на синхронном детектировании измеряемых сигналов.

Серийно выпускаемые защиты ЗЗП-1, ЗЗП-2 по принципу действия основаны на двух информационных сигналах: сигнале тока (41) и сигнале напряжения $e(t)$. В свою очередь это требует дополнительных затрат в виде датчика напряжения нулевой последовательности (ДННП). Причем датчики могут быть выполнены не только на основе трёхфазных трансформаторов напряжения типа НТМИ, но и на основе делителя и звезды присоединения высокоомных резисторов, как это сделано в аппаратах БНЗ (аналогах ЗЗП) для шахтных сетей 6 кВ, серийно выпускаемых Прокопьевским заводом шахтной автоматики (Кузбасс). Хотя указанные защиты называются направленными, оттеняя направленность выделяемой мощности токов в месте ОЗ, в основе их лежит принцип синхронного детектирования. Согласно этому принципу один сигнал перемножается на другой с последующим осреднением так, что полезная информация оказывается обнаруженной. Поэтому один сигнал с необходимостью должен быть информативным; второй сигнал, называемый опорным, должен быть синхронным и совпадать по частоте с первым сигналом, несущим в данном случае информацию о повреждении. Принцип одновременности или синхронности двух колебательных процессов при синхронном детектировании предполагает необходимость фазирования этих процессов. Накопление фазовых сдвигов по каналу тока и каналу напряжения должно быть одинаковым и контролироваться при настройке аппарата. Сдвиг указанных фазовых сдвигов на $\pi/2$ делает аппарат непригодным для эксплуатации. На этом основании синхронное детектирование можно называть также фазовым или ещё точнее синхронно-фазовым детектированием (СФД).

Чувствительность каналов измерения по току и по напряжению к сфазированности вызываемых колебательных процессов требует внимательного отношения к принципу СФД в задачах обнаружения повреждённого присоединения в сетях с различными режимами нейтрали [15,16]. Это связано с тем, что фазовые сдвиги приобретаются как за счёт собственно объекта-КНПС, так и за счёт специально организованных двух цепей измерения, преобразования и прохождения до СФД информационных составляющих. Причём, недостающие фазовые сдви-

сдвиги координат при измерении для успешного детектирования повреждений добавляются при их прохождении по цепям аппарата.

Проанализируем указанные фазовые соотношения в сетях с LC-нейтралью. Из глав 1,3 вытекает, что вынужденная составляющая тока ОЗ в форме

$$I_0(t) = I_0^m \cos(\omega t + \varphi_0) = g_0 U_0^m \cos(\omega t + \varphi_0) = g_0 U_0(t) \quad (55)$$

связана с вынужденной составляющей

$$e(t) = e_m(\omega) \cos[\omega t + \varphi(\omega) + \varphi_0] = I_0^m |W(i\omega)| \cos[\omega t + \varphi(\omega) + \varphi_0] \quad (56)$$

напряжения смещения нейтрали при помощи амплитудной $|W(i\omega)|$ и фазовой $\varphi(\omega) = \arg W(i\omega)$ частотной характеристики резонансной части КНПС. Важно подчеркнуть при этом, что значение фазы $\varphi(\omega)$ в точке резонанса равно нулю. Следовательно, из КНПС в цепи измерения аппарата поступают точно сфазированные колебания (55), (56) и надо позаботиться лишь о том, чтобы приобретаемые по этим цепям фазовые сдвиги не противоречили принципу СФД.

Исходя из указанной логики синтезируем простейшую структуру аппарата в режиме С. Для этого в токовой цепи аппарата достаточно поставить модель КНПС на участке от I_0 до e , т.е. поставить модель РОУ. Тогда поступление δ -импульса тока пробоя на выходы РОУ и модели РОУ вызовут реакции в форме импульсных переходных функций РОУ

$$e(t) = w(t, t_0) = k_{TP} E_m e^{-\alpha(t-t_0)} \cos \omega_0(t - t_0), \quad t \geq t_0 \quad (57)$$

и модели РОУ

$$e_m(t) = w_m(t, t_0) = k'_{TP} E'_m e^{-\alpha'(t-t_0)} \cos \omega(t - t_0), \quad t \geq t_0, \quad (58)$$

где $k_{TP}, k'_{TP}, E_m, E'_m, \alpha, \alpha', \omega = \text{const}$, $\omega_0 = \omega_0(L, C)$ - резонансная частота РОУ. Перемножение сигналов (57) и (58) на синхронном детекторе и усреднение дадут сигнал

$$V_i = K_i e^{-(\alpha + \alpha')(t-t_0)} \cos[(\omega_0 - \omega)t - (\omega_0 t_0 - \omega t_0)]. \quad (59)$$

Коэффициент K_i в (59) включает в себя все множители, фигурирующие в (57), (58), а также аналогичные множители оператора усреднения. Если $\omega_0 = \omega$, что имеет место в точке резонанса РОУ, то

$$V_i(t) = K_i e^{-(\alpha + \alpha') (t - t_0)}, \quad (60)$$

и получаем всплеск сигнала $V_i(t)$ при $t \geq t_0$, который может быть идентифицирован как полезный сигнал о повреждении i -присоединения. При $\omega_0 \neq \omega$ сигнал (59) будет уже не столь полезным и расстройка РОУ таким образом существенна для режима С. Для режима В это также имеет значение, так как сигнал (55) поступает на РОУ и на модель РОУ и даёт периодические реакции на частоте ω типа (56) с разными фазовыми сдвигами. Уровень полезного сигнала после синхронного детектирования будет пропорционален выражению

$$V_i = K_i \cos \varphi(\omega), \quad K_i = \text{const}, \quad \varphi(\omega) \in (-\pi/2, \pi/2). \quad (61)$$

При больших расстройках резонанса РОУ сигнал (61) вполне может быть ниже порога σ_i срабатывания ИО аппарата защиты и необходимого отключения i -присоединения может не последовать. Речь шла о полезных сигналах (60), (61) при повреждении i -присоединения. В неповреждённых присоединениях уровень сигналов V_ν , $\nu = 1, 2, \dots, M$, $\nu \neq i$ должен быть нулевым или по крайней мере ниже порога срабатывания σ_ν ($\nu = 1, \dots, M$). Рассмотрим эту ситуацию. Сигналы с выхода синхронных детекторов с учётом (46) равны

$$V_\nu = -0.5 K_T^\nu k_{TP} E_m^2 |W(i\omega)|^2 g^\nu, \quad (62)$$

$$V_\nu = -0.5 K_T^\nu k_{TP} E_m^2 (g^\nu e^{-2\alpha(t-t_0)} - C^\nu \alpha e^{-\alpha(t-t_0)})$$

для режимов В и С соответственно. Для того чтобы не было ложных срабатываний защиты, пороги ($\nu = 1, 2, \dots, M$) должны быть тщательно

согласованы с уровнями (62), т.е. уровнем амплитуды E_m и величиной собственной активной проводимостью g^v ($v = 1, 2, \dots, M$).

Наличие принципиального источника помех типа (62) в аппаратах типа ЗЗП является их недостатком. В улучшенных токовых защитах, рассмотренных в § 5.4 этого недостатка нет по принципиальным соображениям при тех же самых аппаратурных затратах. Таким образом, правильно настроенные селективные защиты на сигналах промышленной частоты могут успешно функционировать как в сетях с LC -нейтралью, так и в сетях с ПК-нейтралью. В рассмотренных аппаратах с использованием синхронного детектирования защитные характеристики лучше, чем у простых токовых защит, так как в сетях с LC -нейтралью они могут без выдержки времени регистрировать однократные пробой изоляции.

5.6. Селективная защита на сигналах непромышленных частот.

Возбуждение пробоями изоляции синхронных процессов в каналах тока и напряжения аппаратов защиты могут использоваться без элементов аналоговой памяти в виде резонансных звеньев в КНПС или в самом аппарате и защита может строиться сразу на элементах дискретной памяти. Для этого используют среднечастотные составляющие (СЧС) переходного процесса, вызванного δ -импульсом тока пробоя изоляции, а именно: первую полуволну тока ОЗ i -присоединения и первую полуволну в напряжении смещения нейтрали. Использование принципа СФД здесь сводится к регистрации одинаковой полярности полуволн СЧС тока и напряжения по схеме совпадений и затем формирование сигнала защиты по схеме «или». Чёткая причинная связь между δ -импульсом и реакцией на него создают необходимую когерентность процессов в виде полуволн СЧС тока и напряжения. Физическая реализация синхронного детектирования в форме логических операций, делают её привлекательной и для цифровых вариантов защиты. Описываемый подход предложен и разработан Л.Е.Дударевым и другими авторами в ЭНИНе и ИГЭУ.

Аналогичные аппараты в дискретном варианте разработаны и реализованы в Екатеринбурге на предприятии «Наука, техника, бизнес в энергетике (НТБЭ)» в виде аппарата ПЗЗМ 1.

Этот вид защиты наилучшим образом сопрягается с общесетевой защитой на основе УАРК и заслуживает широкого применения на практике прежде всего в режимах С. В режимах В он должен надёжно срабатывать с первого пробоя изоляции, так как информативные полу-волны СЧС тока и напряжения не повторяются в указанных режимах. Другие селективные защиты на непромышленных частотах также органически сочетаются с общесетевой защитой, если они не оказывают отрицательного воздействия на режим заземления нейтрали. Например, организация непромышленных частот в сети путём периодического шунтирования фазы на землю и т.п.

5.7. Вопросы оптимизации систем электроснабжения по многокритериальному показателю качества.

Базой для производства материальных благ является создание условий для работы электрических машин (электроснабжение) и условий для вовлеченных в это производство людей (электробезопасность). Накладные расходы в процессе производства и его успешное развитие определяются: во-первых, ресурсосбережением, заключающемся в долговечности изоляции электрооборудования в целом; во-вторых, надёжностью электроснабжения, выражающейся числом $N_{\text{кз}}$ междуфазных КЗ с его издержками, числом $N_{\text{откл}}^{\text{ед}}$ отключений единичных электроустановок по причине ОЗ и числом $N_{\text{откл}}^{\text{гп}}$ групповых отключений нагрузок по той же причине; в-третьих, пожаро- и электробезопасностью рабочих мест и помещений; в-четвёртых, поиском повреждений и простоями электроустановок; в-пятых, объёмом восстановительных работ при ОЗ, не устранимых без ремонта; в-шестых, эксплуатационными расходами по поддержанию нормальных рабочих уровней изоляции, защитной аппаратуры и автоматики.

Формализация указанных компонентов производственных потерь образует многокритериальный подход к проблеме качества работы системы электроснабжения (СЭС) в той мере, в какой это касается выбора и оптимизации её режима нейтрали.

Долговечность изоляции можно определить двумя показателями: абсолютным числом $N_{\text{отп}}$ дуговых пробоев изоляции, которые испытывает на себе изоляция в процессе эксплуатации, накапливая ку-

кумулятивные эффекты и ускоряя таким образом старение изоляции; суммарной длительностью $T_{сн}$, в пределах которой изоляция находится под воздействием сверхнормативных перенапряжений в течение времени эксплуатации сети. Последний показатель полезно по-видимому уточнить, вводя в рассмотрение не просто временной параметр $T_{сн}$, а некоторый интеграл $I_{дтн}^{сн} = I_{сн}(T_{сн}, K_{сн})$, учитывающий кратность $K_{сн}$ сверхнормативных перенапряжений в сети. На первых порах достаточно ограничиться простыми параметрами: числом $N_{дтн}$ и интегралом $I_{дтн}^{сн}$, равным сумме произведений максимальных превышений высокочастотных составляющих напряжений на изоляцию при каждом дуговом пробое, на длительность этого превышения. Чем меньше указанные параметры, тем медленнее стареет изоляция, тем выше ресурс электрооборудования. Пожаробезопасность характеризуется в месте ОЗ активной мощностью $P_{ос} = (I_0'')^2 R_0$, R_0 - сопротивление места ОЗ, I_0'' - амплитуда тока через сопротивление R_0 . Чем меньше $P_{ос}$, тем меньше вероятность перегрева и пожара вблизи места повреждения изоляции. Электробезопасность определяется количеством электричества $Q_{зб} = I_m \Delta t \text{ мАс}$, где I_m - амплитуда тока (в мА), протекающего через тело человека в течение времени Δt . Чем меньше $Q_{зб}$, тем выше электробезопасность. При создании аппаратов защиты от поражения электротоком величина $Q_{зб}$ очевидно может быть уточнена в соответствии с отраслевыми стандартами. Поиск повреждённых присоединений определяется наличием аппаратуры поиска, в качестве которой выступает селективная земляная защита, срабатывающая на сигнал. Чем меньшее число $N_{ис}$ защитных устройств находится в неисправном состоянии и чем меньше число присоединений, в которых отсутствует земляная защита, тем ниже накладные расходы, связанные с временем $T_{поиск}$ поиска ОЗ. Снижение простоев $T_{пр}$ электроустановок по фактору отсутствия электроэнергии определяется числом $N_{нр}$ нерезервированных участков сети радиального и магистрального типов. В случае отсутствия резервирования линий и источников питания длительность $T_{пр}$ простоев зависит от общего времени $T_{вр}$ восстановительных работ по устранению аварий. Минимизация величины $T_{пр} = T_{поиск} + T_{вр}$ снижает стоимость про-

изводства. Общий объём указанных восстановительных работ находится в прямой зависимости от числа N_p ОЗ, неустранимых без ремонта. Эксплуатационные расходы $S_{эп}$ определяются всеми видами работ по поддержанию и профилактике нормального состояния изоляции, а также всей защитной аппаратуры и выражается общей стоимостью $S_{эп}$ затрат на их осуществление.

Таким образом, вырисовываются следующие компоненты векторного критерия $Q_{сэс}$ качества работы СЭС:

$$Q_{сэс} = (N_{опи}, I_{опи}^N, N_{кз}, N_{откл}^{ед}, N_{откл}^{эп}, P_{оз}, Q_{зб}, N_p, T_{пр}, S_{эп}) \quad (63)$$

Минимизация каждого из элементов (63) безусловно отвечает минимальной общей длине вектора $Q_{сэс}$. Сведение векторного критерия к скалярному можно осуществить, например, при помощи некоторой линейной или квадратичной формы:

$$Q_{сэс} = K_1 N_{опи}^2 + K_2 (I_{опи}^N)^2 + K_3 N_{кз}^2 + K_4 (N_{откл}^{ед})^2 + K_5 (N_{откл}^{эп})^2 + K_6 P_{оз}^2 + K_7 Q_{зб}^2 + K_8 N_p^2 + K_9 T_{пр}^2 + K_{10} S_{эп}^2. \quad (64)$$

Абсолютный минимум скалярного критерия качества (64) соответствует минимуму каждого из компонентов векторного критерия (63). Руководствуясь многокритериальностью можно рассматривать основные режимы нейтрали СЭС с точки зрения их оптимизации. Для среднего класса напряжений существует четыре таких режима: сети с незаземленной (НЗ) нейтралью; сети с RC -нейтралью, нейтраль которых заземлена через резистор R ; сети с LC -нейтралью, нейтраль которых заземлена через настроенный ДГР (резонансное заземление); сети с ПК-нейтралью, нейтраль которых заземлена через настроенный ДГР в сочетании с компенсацией остаточных напряжений на поврежденной фазе. Разнообразие и многообразие локальных критериев делает задачу оптимизации СЭС нетривиальной даже на этом конечном множестве объектов, количество которых можно увеличивать по мере оснащённости сетей селективной земляной защитой с тем или иным принципом действия, с полным или частичным её набором и т.д. Можно ограни-

читаться сетями с НЗ-нейтралью без земляных защит (ЗЗ), и с земляными защитами, символически обозначая их как сети с НЗ-нейтралью без ЗЗ и сети с НЗ-нейтралью с ЗЗ. То же самое можно сделать по отношению к другим режимам нейтрали: сети с RC-нейтралью с ЗЗ и без ЗЗ; сети с LC-нейтралью с ЗЗ и без ЗЗ; сети с ПК-нейтралью с ЗЗ и без ЗЗ. Таким образом, вместо четырёх объектов оптимизации становится уже восемь. Рассматривая дуговые ОЗ и глухие ОЗ с точки зрения локальных критериев нетрудно убедиться, что сети с ПК-нейтралью с ЗЗ являются оптимальными по отношению к введённому критерию (63), (64). Ради экономии места и времени нет смысла детально обсуждать каждый локальный критерий (63). Достаточно кратко охарактеризовать основные режимы нейтрали. Так, сети с НЗ-нейтралью без ЗЗ являются наихудшими, хотя и распространёнными на практике. При этом каждый локальный критерий максимально удалён от своего минимума.

В сетях с НЗ-нейтралью с ЗЗ каждое ОЗ, длящееся согласно ПТЭ 40–60 мс, отключается земляной защитой через время 200–400 мс. В этих пределах длительностей идут дуговые пробои изоляции с высоким уровнем перенапряжений при каждом таком пробое. Достигается лишь один частный локальный минимум по $T_{\text{пожх}}$ при остальных, далеких от оптимума. В сетях с RC-нейтралью без ЗЗ возможен только один локальный минимум по $I_{\text{отн}}^{\text{сн}}$, да и то если пробои изоляции происходят в фазах сети, а не в нагрузке.

В сети с RC-нейтралью с ЗЗ среди общего числа ОЗ до 85% могли самоликвидироваться в сети с LC-нейтралью даже без ЗЗ, т.е. пройти бесследно для сети и её потребителей. Число $N_{\text{отн}}^{\text{ед}}$ внезапных отключений электроустановок здесь на 100% больше, чем в сети с ПК-нейтралью и на 85% больше, чем в сети с LC-нейтралью. Объём N_p ремонтных работ по ликвидации ОЗ также на 85% больше, чем в сети с LC-нейтралью с потерями кабельных и трудовых ресурсов. За 200–400 мс непрерывного горения дуги в месте ослабленной изоляции электрическая прочность дугового промежутка остаётся весьма низкой, что может привести к необратимым процессам в изоляции. В результате такого воздействия на изоляцию вероятность самоустранения ОЗ значительно снижается. Оптимизация же локальных критериев в сетях с ПК-нейтралью обеспечивается путём устранения первопричины и источни-

ка дугового процесса. Кроме того, самоликвидация ОЗ до 85% от общего объёма в сетях с ПК-нейтралью и в сетях с *LC*-нейтралью и оптимизация СЭС достигается в них за счёт быстрого защитного воздействия на место ОЗ, протекающего на уровне электрических процессов и без отключения потребителей. Это так называемое свойство самозащиты сети [30], значительно усиленное в сети с резонансным заземлением нейтрали. Именно в этом суть противодействия развитию аварий в сети и причина долговечности изоляции электрооборудования, приводящее по совокупности к оптимальному построению СЭС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Негушил А.В. Некоторые вопросы методического единства изложения разделов электротехники и электроники // Электротехника. - М.: Высшая школа, 1980, вып. 7. С. 19-35.
2. Пухов Г.Е. Начало общей теории квазианалоговых систем // Изв. вузов СССР. Электротехника. - 1961. - № 9. - С. 3-11.
3. Беллерт С., Возницкий Г. Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел. - М.: Мир, 1972.
4. Димо П. Узловой анализ электрических систем. - М.: Мир, 1973.
5. Мартенс Х., Белл А. Логический метод построения графов связей при моделировании динамических систем. - В кн.: "Применение теории графов связей в технике". - М.: Мир, 1974. - С. 12-18.
6. Кулик В.Т. Алгоритмизация объектов управления: Справочник. - Киев: Наукова Думка, 1963. - 363 с.
7. Кафаров В.В., Дорохов И.Н. Системный анализ процессов химической технологии. Основы стратегии. - М.: Наука, 1975. - 500 с.
8. Обабков В.К. Системный анализ в электротехнике // Теория цепей. - Калинин: КГУ, 1985. - С. 18-28.
9. Обабков В.К., Райхман А.М. Структурный метод описания угледобывающих комбайнов // Изв. вузов. Горный журн. - 1980. - № 8. - С. 103-110.
10. Обабков В.К. Структурно-операторное описание процессов в задаче моделирования дуговых замыканий на землю // Электричество. - 1986. - № 8. - С. 16-20.
11. Обабков В.К., Обабкова Е.С. Прохождение быстроменяющихся во времени колебательных сигналов через вентильные устройства в трёхфазных электрических системах // Изв. вузов. Горный журн. - 1986. - № 9. - С. 87-91.
12. Обабков В.К., Обабкова Е.С. Структурно-операторная модель электрической системы: аппарат защиты УАКИ-сеть // Изв. вузов. Горный журн. - 1986. - № 2. - С. 110-113.
13. Обабков В.К., Обабкова Е.С. Алгоритм цифрового моделирования аппаратов защитного отключения // Изв. вузов. Горный журн. - 1986. - № 3. - С. 102-105.
14. Обабков В.К. Структурный анализ описания процессов в задаче интерпретации защитных свойств сети с резонансным заземлением нейтрали // Теоретические и электрофизические проблемы повышения надёжности и долговечности изоляции сетей с изолированной нейтралью: Тез. докл. симп. - Таллинн: ТПИ, 1989, - С. 46-47.
15. Вильгельм Р., Уотерс М. Заземление нейтрали в высоковольтных системах. - М.: Госэнергоиздат, 1959. - 600 с.

16. Лихачёв Ф.А. Замыкания на землю в сетях с изолированной нейтралью и компенсацией емкостных токов. – М.: Энергия, 1971. – 152 с.
17. Обабков В.К. Метод автокомпенсации емкостных и активных составляющих в проблеме защиты от токов утечки без отключения сети // Изв. вузов. Горный журнал - 1982. - № 7. – С. 99-105.
18. Стендовые испытания всережимного двухканального автокомпенсатора емкостных и активных составляющих в месте однофазного замыкания на землю в сети 6 кВ / Обабков В.К., Целуевский Ю.Н., Сергин Е.В. и др. – Донецк, 1985. – 54 с. – Деп. в ВИНТИ 13.02.85, № 1223-85.
19. Дударев Л.Е., Павленко Н.С. Исследование переходных процессов при перемежающейся дуге емкостного тока с помощью АВМ // Изв. вузов. Энергетика. – 1973. - № 4. – с.25-30.
20. Обабков В.К., Целуевский Ю.Н. Уточнённая модель контура нулевой последовательности сети при однофазном замыкании на землю // Моделирование электроэнергетических систем: Тез. докл. X научн. конф. – Каунас: АН Литвы, 1991. – С. 224-226.
21. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Физматгиз, 1961. - 311 с.
22. Солодов А.В. Линейные системы автоматического управления с переменными параметрами. – М.: Физматгиз, 1962. – 324 с.
23. Красовский А.А., Поспелов Г.С. Основы автоматики и технической кибернетики. – М.: Госэнергоиздат, 1962. – 600 с.
24. Теория автоматического управления, ч.1, II / Под ред.А.В. Нетушила. – М.: Высшая школа, 1972.
25. Шуцкий В.И., Жидков В.О., Ильин Ю.Н. Защитное шунтирование однофазных повреждений электроустановок. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 152 с.
26. Патент РФ № 1494106 СССР, МКИ 44Н 02 Н 9/08. Фазовый регулятор для автоматического поддержания условий компенсации емкостных токов в кабельных сетях с дугогасящим реактором / В.К. Обабков, Е.С. Обабова. – Оpubл. 15.07.89, Бюл. № 25.
27. Обабков В.К. Совершенствование фазового способа автоматического поддержания условий компенсации емкостных токов в кабельных сетях 6 – 35 кВ // Электричество. – 1989. - № 1. – С. 18-25.
28. А.с. № 1443079 СССР, МКИ Н 02 J 3/18. Измеритель и всережимный автокомпенсатор токов однофазных замыканий в воздушных, кабельных и смешанных сетях / В.К.Обабков, Ю.Н.Целуевский, З.Р.Осипов. – Оpubл. 07.12.88, Бюл. № 45.
29. Обабков В.К. Описание нелинейных зависимостей в системах автоматического управления // Автоматика и телемезаника. – 1974. - № 2. – С. 179-182.
30. Обабков В.К. Синтез адаптивных систем управления резонансными объектами. – Киев: Наукова думка, 1993. – 254 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ГЛАВА 1. ОСНОВЫ СТРУКТУРНОГО АНАЛИЗА И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ	4
1.1. Принцип и элементы структурного моделирования электрических цепей	4
1.2. Структурная модель контура нулевой последовательности сети с резонансно-заземлённой нейтралью в режиме однофазного замыкания на землю	11
1.3. Правила структурных преобразований электрических цепей	14
1.4. Структурные преобразования исходной структурной модели КНПС в режиме однофазного замыкания (ОЗ)	21
1.5. Получение математических моделей электрических цепей на основе их структурных моделей	30
1.6. Алгоритм отыскания решений линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	36
1.7. Структурная и математическая модели однофазного трансформатора	41
ГЛАВА 2. ВАЖНЕЙШИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ	50
2.1. Импульсная переходная функция и дельта-функция	50
2.2. Реакция электрической системы на единичный скачок	53
2.3. Частотная характеристика электрической цепи	57
2.4. Основные характеристики стандартных звеньев	63
ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ НЕЙТРАЛИ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ 6 - 35 КВ	69
3.1. О механизме образования δ -пробоев изоляции в режиме С..	70
3.2. Анализ токов и напряжений при однофазных замыканиях в сети с незаземлённой нейтралью	76
3.3. Анализ токов и напряжений при однофазных замыканиях в сети с резонансным заземлением нейтрали в режиме В	80
3.4. Анализ защитных свойств сети с LC-нейтралью в режиме С	83
3.5. Свойство самозащиты сети с LC-нейтралью при однофазном повреждении изоляции статорной обмотки двигателя ...	86

ГЛАВА 4. ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ИЗОЛЯЦИИ СЕТИ АППАРАТУРНЫМИ СРЕДСТВАМИ	89
4.1. Построение измерителей суммарной емкости и суммарной активной проводимости изоляции сети с НЗ-нейтралью	89
4.2. Построение измерителей резонансной настройки КНПС и суммарной активной проводимости в сети с LC-нейтралью ...	97
4.3. Обобщение принципа измерения параметров изоляции сети на воздушные и смешанные сети	101
ГЛАВА 5. АНАЛИЗ ОБЩЕСЕТЕВЫХ И СЕЛЕКТИВНЫХ ЗАЩИТ В СИСТЕМАХ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ НАРОДНОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ОБЪЕКТОВ	103
5.1. Разработки математической модели импульсов тока при дуговых замыканиях сети на землю и её применение	103
5.2. Режим резонансного заземления нейтрали сети как главное общесетевое средство защиты от замыканий на землю	116
5.3. Анализ одноканальных токовых селективных защит в трёх-фазных сетях с резонансным заземлением нейтрали	117
5.4. Эффективность улучшенных токовых защит в сети с LC-нейтралью	121
5.5. Анализ двухканальных селективных защит, основанных на синхронном детектировании измеряемых сигналов	123
5.6. Селективная защита на сигналах непроизвольных частот .	126
5.7. Вопросы оптимизации систем электроснабжения по многокритериальному показателю качества	127
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	132
ОГЛАВЛЕНИЕ	134

Обабков Владимир Константинович
Доктор технических наук, профессор

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ В ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИИ

Печатается в редакции автора

Подписано в печать 03.01.03. Формат 60х84/16. Бумага для множ.
Аппаратов. Печать плоская. Уч.-изд.л. 7,6. Усл.печ.л. 8,5
Тираж 200 экз. Заказ № 40.
Российский государственный профессионально-педагогический университет.
Екатеринбург, ул. Машиностроителей, 11